Теория движения электромагнитного поля. 7. Электромагнитное поле и заряды

Л.Н. Войцехович

На основе принципов теории движения электромагнитного поля в работе получены общие выражения для дивергенции электрического и магнитного поля. Показано, что в инерциальных системах отсчета существуют как электрические, так и магнитные связанные заряды. Показано также, что вращающееся магнитное поле является причиной появления системы связанных зарядов, представляющей собой как целое свободным электрическим зарядом. Рассмотрены важные частные выражения для инерциальной собственной системы отсчета и вращающегося магнитного поля и получены соответствующие им частные решения. На основе полученных общих и частных выражений подтверждено, что заряды не являются источниками электромагнитного поля, а являются лишь его свойством.

7.1. Введение

В предыдущих работах настоящего цикла было показано, что движение магнитного поля относительно наблюдателя в лабораторной системе отсчета вызывает появление в этой системе электрического поля. В свою очередь, движение электрического поля вызывает появление в лабораторной системе отсчета магнитного поля. В тех областях электромагнитного поля, где появляются или исчезают силовые линии, дивергенция поля отлична от нуля и, следовательно, необходимо говорить о появлении в этой области поля электрических или магнитных зарядов.

Электрический заряд появляется не только при вращении магнитного поля, как это показано в [1], но и при прямолинейном движении любых источников магнитного поля, в частности контура с током, что рассматривалось в [2]. При движении постоянного магнита или заряженного плоского конденсатора также появляются, как это следует из преобразований Лоренца для электромагнитного поля, незамкнутые электрические и магнитные поля и, следовательно, области поля, где их дивергенция не равна нулю.

Вопрос о появлении электрических или магнитных зарядов в современной теории электромагнитного поля обходится стороной, фактически игнорируется, несмотря на то, что теорема Гаусса прямо утверждает: в точках, где дивергенция электрического или магнитного поля отлична от нуля, находятся соответственно электрические или магнитные заряды. Теорема Гаусса носит фундаментальный характер, тесно связана с законом Кулона и справедлива для любых полей, для которых справедлив закон Кулона. Именно по этой причине теорема Гаусса включена в систему уравнений Максвелла.

Можно выделить два основных фактора, по которым игнорируются заряды, возникающие при движении источников электрического или магнитного поля. Это разрыв между теориями классического электромагнетизма и специальной теории относительности, который позволяет ликвидировать теория движения электромагнитного поля, и представление о том, что существует некая «электрическая жидкость» или другой вещественный носитель заряда.

7.2. Дивергенция электрического и магнитного полей

Найдем выражение для плотности электрических зарядов в общем виде, основываясь на выводах теории движения электромагнитного поля. С этой целью рассмотрим случай, когда имеется лишь один источник магнитного поля. Тогда в собственной системе отсчета источника, инерциальной или неинерциальной, отлично от нуля только магнитное поле, то есть магнитное поле источника в собственной системе отсчета является, по определению в [2], его собственным полем. Тогда в системе отсчета, связанной с наблюдателем, которая также может быть инерциальной или неинерциальной, собственная скорость магнитного поля равна скорости источника $\mathbf{V}_0$. В общем случае $\mathbf{V}_0$ является функцией координат и времени. Как следует из уравнений Максвелла, плотность электрических зарядов ρ_e равна:

$$\rho_e = \varepsilon_0 \operatorname{div}\mathbf{E}, \tag{7.1}$$

где ε_0 – электрическая постоянная, а $\mathbf{E}$ – напряженность электрического поля в лабораторной системе отсчета.

Найдем дивергенцию вектора электрического поля, для чего воспользуемся выражением (2.5) [2], связывающим электрическое поле **E** с магнитным полем в лабораторной системе отсчета **B** и с собственной скоростью магнитного поля $\mathbf{V}_\mathrm{m}$:

$$\operatorname{div}\mathbf{E} = \operatorname{div}[\mathbf{B}\mathbf{V}_\mathrm{m}], \tag{7.2}$$

откуда

$$\operatorname{div}\mathbf{E} = \mathbf{V}_\mathrm{m}\operatorname{rot}\mathbf{B} - \mathbf{B}\operatorname{rot}\mathbf{V}_\mathrm{m}. \tag{7.3}$$

В классической теории электромагнитного поля считается, что, поскольку магнитных зарядов не существует, то

$$\operatorname{div}\mathbf{B} = 0. \tag{7.4}$$

Если же предположить возможность существования магнитных зарядов, то должно быть справедливым равенство для плотности магнитных зарядов ρ_m:

$$\rho_\mathrm{m} = \varepsilon_0 c \operatorname{div}\mathbf{B}. \tag{7.5}$$

Мы же установили (это следует из преобразований Лоренца для электромагнитного поля), что источником магнитных силовых линий может быть не только магнитные заряды, но и движущееся электрическое поле. Тогда, основываясь на выражении (2.3) [2] для случая, когда собственным полем является электрическое поле, можно записать:

$$\mathbf{B} = \frac{1}{c^2}\left[\mathbf{V}_\mathrm{e}\mathbf{E}\right]. \tag{7.6}$$

Здесь, как и ранее, **E** – электрическое поле в лабораторной системе отсчета, а $\mathbf{V}_\mathrm{e}$ – собственная скорость электрического поля, равная скорости его источника.

Найдем из (7.6) дивергенцию магнитного поля:

$$\operatorname{div}\mathbf{B} = -\frac{1}{c^2}\mathbf{V}_\mathrm{e}\operatorname{rot}\mathbf{E} + \frac{1}{c^2}\mathbf{E}\operatorname{rot}\mathbf{V}_\mathrm{e}. \tag{7.7}$$

Анализ выражений (7.3) и (7.7) проведем, ввиду их сходства, на основе выражения (7.3). Поскольку функции (7.3) и (7.7) входят в выражения (7.1) и (7.5) для плотности электрических и магнитных зарядов, то, анализируя (7.3) и (7.7), мы фактически будем иметь в виду плотности зарядов соответствующих полей.

Отметим, что роль первых и вторых членов в правой части (7.3) и (7.7) существенно различна. Чтобы показать это, вернемся к уравнению (7.3). Ограничимся рассмотрением двух важных частных случаев: когда собственная система отсчета магнитного поля, в которой поле неподвижно, является инерциальной и когда является неинерциальной вращающейся. Второй случай можно выразить другими словами: когда в лабораторной системе отсчета магнитное поле вращается.

7.3. Случай инерциальной собственной системы отсчета

Первый случай означает, что собственная система отсчета, связанная с источником магнитного поля, движется относительно лабораторной системы отсчета прямолинейно без ускорения. Поле скоростей магнитного поля $\mathbf{V}_{\mathrm{m}}$ в таком случае однородно и, следовательно, $\mathrm{rot}\,\mathbf{V}_{\mathrm{m}}$ равен нулю, как равен нулю и весь второй член в правой части (7.3). В случае однородного собственного магнитного поля будет равен нулю и первый член в (7.3), поскольку ротор однородного поля равен нулю. Но в случае неоднородного поля в тех точках, где $\mathrm{rot}\,\mathbf{B}$ отличен от нуля, появляются электрические заряды.

Эти заряды не связаны с каким-либо материальным носителем, кроме движущегося магнитного поля, тем не менее, это связанные заряды. Они связаны через магнитное поле с его источником, а их величина зависит, как видно из (7.3), от скорости источника $\mathbf{V}_{\mathrm{m}}$. В качестве примера рассмотрим почти замкнутый магнит с узким плоским зазором, движущийся в направлении, перпендикулярном направлению магнитного поля в зазоре. При движении в зазоре возникнет электрическое поле, ортогональное как направлению движения, так и магнитному полю. Силовые линии электрического поля начинаются при этом на одном крае зазора, а заканчиваются на другом на зарядах, определяемым выражением (7.3). Заряды эти не являются дискретными и не квантуются ни в пространстве, ни по величине, а непрерывно распределены, их плотность зависит от конфигурации и скорости магнитного поля источника. В местах появления связанных зарядов, определяемых первым членом в правой части выражения (7.3), происходит локальное нарушение закона сохранения заряда. Однако в других частях системы зарядов, связанных с источником магнитного поля, возникают электрические заряды противоположного знака, так что полный заряд системы при суммировании по всему объему, занимаемому электромагнитным полем движущегося источника, будет равен нулю. Это можно утверждать без математического доказательства на основании закона сохранения заряда, справедливого для инерциальных систем отсчета.

С вышеописанных позиций посмотрим еще раз на задачу Фейнмана [3] с проволокой, по которой протекает ток, и с движущимся над ней электроном. Эта задача рассматривалась нами ранее в [2]. Вернемся к этой работе и проясним ситуацию с возникающим вблизи проводников электрическим полем и с электрическими зарядами, ответственными за это поле.

В системе отсчета, связанной с электроном, возникает электрическое поле, которое, напомним, Фейнман объясняет релятивистским сокращением длины проволоки, благодаря чему возрастает концентрация электронов и появляется несбалансированное положительными зарядами электрическое поле. Нами же отмечалось, что при наличии скользящих контактов в электрический контур, в который должна быть включена проволока и который по умолчанию подразумевается, проволока может двигаться с любой скоростью, не влияя на величину электрического поля. Величина же электрического поля зависит от скорости магнитного поля, равной скорости источника – электрического контура. Плотность электрических зарядов движущегося магнитного поля контура можно определить из выражения (7.3), причем, как и в случае с зарядами на краях зазора магнита, возникающие заряды являются свойством движущегося магнитного поля и никак не связаны с количеством каких-либо носителей заряда, электронов или ионов. Как и в случае с магнитом, движущееся магнитное поле электрического контура создает на противоположной стороне контура электрические заряды противоположного знака, так что суммарный заряд оказывается равным нулю.

Все сказанное по отношению к выражению (7.3), относится и к выражению (7.7) для дивергенции магнитного поля. В частности, при движении заряженного плоского тонкого конденсатора в направлении, перпендикулярном к направлению электрического поля, в объеме конденсатора в соответствии с преобразованиями Лоренца для электромагнитного поля возникнет магнитное поле, а на краях конденсатора в соответствии с (7.7) – магнитные заряды. Это связанные магнитные заряды, они не имеют ничего общего с магнитным монополем. Тем не менее, если окружить замкнутой поверхностью область, где начинаются магнитные силовые линии, и отдельно область, где они кончаются, то окажется, что для обеих областей по отдельности, локально, дивергенция индукции магнитного поля отлична от нуля. При объединении же областей так, чтобы замкнутая поверхность целиком охватывала поле конденсатора, суммарный поток вектора магнитной индукции, очевидно, будет равен нулю.

7.4. Случай вращающегося магнитного поля

Вернемся к уравнению (7.3) и рассмотрим второй случай, когда вращается либо лабораторная система отсчета, либо магнитное поле. С точки зрения анализа выражения (7.3) эти случаи эквивалентны и отличаются лишь знаком скорости. Поскольку реально нас интересует случай вращающегося поля, то для определенности будем рассматривать именно этот случай.

Найдем $\mathrm{rot}\,\mathbf{V}_m$ для случая равномерного вращения собственной системы отсчета с угловой скоростью $\boldsymbol{\omega}$. Мы полагаем, что собственное магнитное поле вращается как единое целое, как твердое тело.

Опуская у вектора $\mathbf{V}_m$ индекс m, можно записать:

$$\mathbf{V} = \left[\boldsymbol{\omega}\mathbf{r}\right], \tag{7.8}$$

где $\mathbf{r}$ – радиус-вектор.

Выберем цилиндрическую систему координат ρ,φ,z и запишем выражение ротора скорости для этой системы в общем виде [4]:

$$\mathrm{rot}\,\mathbf{V} = \left(\frac{1}{\rho}\frac{\partial V_z}{\partial\varphi} - \frac{\partial V_\varphi}{\partial z}\right)\mathbf{i}_\rho + \left(\frac{\partial V_\rho}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial\rho}\right)\mathbf{i}_\varphi + \left[\frac{\partial\left(\rho V_\varphi\right)}{\partial\rho} - \frac{\partial V_\rho}{\partial\varphi}\right]\mathbf{i}_z, \tag{7.9}$$

где $\mathbf{i}_\rho$, $\mathbf{i}_\varphi$, $\mathbf{i}_z$ – единичные векторы. Символ ρ без индекса, в отличие от плотности зарядов, будем использовать как одну из координат цилиндрической системы координат.

Для системы координат ρ,φ,z с осью z, параллельной $\boldsymbol{\omega}$, уравнение (7.8) примет вид:

$$V_\rho = 0, \tag{7.10}$$

$$V_\varphi = \omega\, \rho, \tag{7.11}$$

$$V_z = 0. \tag{7.12}$$

При подстановке полученных значений в (7.9) первые два члена и второе слагаемое последнего члена в выражении (7.9) обнуляются. После дифференцирования и перехода к векторному виду получим выражение, известное из теории вращения твердого тела:

$$\operatorname{rot} \mathbf{V} = 2\boldsymbol{\omega}. \tag{7.13}$$

Тогда, подставляя (7.13) и (7.8) в (7.3), для случая магнитного поля, вращающегося с угловой скоростью $\boldsymbol{\omega}$, получим:

$$\operatorname{div}\mathbf{E} = [\boldsymbol{\omega}\mathbf{r}]\operatorname{rot}\mathbf{B} - 2\boldsymbol{\omega}\mathbf{B}. \tag{7.14}$$

Первый член в (7.14), в зависимости от конкретной конфигурации поля, может быть как равным, так и отличным от нуля. Поскольку $\boldsymbol{\omega}$ – величина постоянная, то второй член в (7.14) полностью определяется конфигурацией магнитного поля $\mathbf{B}$, следовательно, определяется конфигурацией поля $\mathbf{B}$ и вклад второго члена в суммарную плотность зарядов. Все сказанное относится и к любой ограниченной области пространства, если на границах области функция $\mathbf{B}$ и ее частные производные не терпят разрывов.

Уравнение (7.14) имеет особую важность для развития теории электрона, поскольку справедливо, в отличие от (6.28) [1], не только для точечного диполя, но и для любой конфигурации вращающегося магнитного поля с аксиальной симметрией. В частности, это относится к керну электрона, где, очевидно, конфигурация магнитного поля не может соответствовать точечному диполю. По этой причине рассмотрим некоторые важные частные случаи выражения (7.14).

7.5. Важные частные случаи уравнения (7.14)

1. Случай однородного магнитного поля в некоторой области и в ее ближайшей окрестности.

В этом случае первый член в (7.14) равен нулю, поскольку равен нулю ротор $\mathbf{B}$, а второй член – величина постоянная. Следовательно, в соответствии с (7.1), плотность электрических зарядов в рассматриваемой области однородна.

2. Случай аксиально-симметричного поля с осью вращения, совпадающей с осью симметрии, и с составляющей поля $B_\varphi = 0$ в сферической и цилиндрической системе координат.

Запишем ротор вектора $\mathbf{B}$ в сферической системе координат r, ϑ, φ [4]:

$$\operatorname{rot}\mathbf{B} = \frac{1}{r\sin\vartheta}\left[\frac{\partial\left(B_\varphi \sin\vartheta\right)}{\partial\vartheta} - \frac{\partial B_\vartheta}{\partial\varphi}\right]\mathbf{i}_r + \frac{1}{r}\left[\frac{1}{\sin\vartheta}\frac{\partial B_r}{\partial\varphi} - \frac{\partial\left(rB_\varphi\right)}{\partial r}\right]\mathbf{i}_\vartheta +$$

$$+\frac{1}{r}\left[\frac{\partial\left(rB_\vartheta\right)}{\partial r} - \frac{\partial B_r}{\partial\vartheta}\right]\mathbf{i}_\varphi, \qquad (7.15)$$

где $\mathbf{i}_r, \mathbf{i}_\vartheta, \mathbf{i}_\varphi$ – единичные векторы.

Поскольку $B_\varphi = 0$, а магнитное поле обладает аксиальной симметрией, то все частные производные, входящие в первые два члена (7.15), также равны нулю и, следовательно, отличен от нуля только третий член в выражении (7.15). Подставляя с учетом сказанного (7.15) в (7.14), получим:

$$\operatorname{div}\mathbf{E} = \frac{1}{r}\left[\frac{\partial\left(rB_\vartheta\right)}{\partial r} - \frac{\partial B_r}{\partial\vartheta}\right]\left[\boldsymbol{\omega}\mathbf{r}\right]\mathbf{i}_\varphi - 2\boldsymbol{\omega}\mathbf{B}. \qquad (7.16)$$

3. Случай цилиндрического поля, по конфигурации совпадающего с магнитным полем центральной части длинного соленоида, ось которого совпадает с осью вращения. Рассматривается цилиндрическая область поля, однородного по длине, но не обязательно однородного по радиусу. Фактически случай 3 является частным по отношению к случаю 2, то есть для него справедливо выражение (7.16). Сферическая система координат, однако, в этом случае менее удобна по сравнению с цилиндрической.

Перейдем к цилиндрической системе координат ρ,φ,z. Проще всего это сделать, исходя из общего выражения для ротора индукции магнитного поля в системе координат ρ,φ,z [4]:

$$\operatorname{rot}\mathbf{B} = \left(\frac{1}{\rho}\frac{\partial B_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial B_\varphi}{\partial z}\right)\mathbf{i}_\rho + \left(\frac{\partial B_\rho}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial \rho}\right)\mathbf{i}_\varphi + \frac{1}{\rho}\left[\frac{\partial\left(\rho B_\varphi\right)}{\partial \rho} - \frac{\partial B_\rho}{\partial \varphi}\right]\mathbf{i}_z . \tag{7.17}$$

Первый и третий члены в (7.17) равны нулю по тем же причинам, что и в выражении (7.15). Поскольку в рассматриваемой нами цилиндрической области составляющая поля B_ρ от ρ не зависит, то первое слагаемое во втором члене также равно нулю. Тогда, подставляя (7.17) в (7.14), получим:

$$\operatorname{div}\mathbf{E} = -\frac{\partial B_z}{\partial \rho}\left[\boldsymbol{\omega}\mathbf{r}\right]\mathbf{i}_\varphi - 2\boldsymbol{\omega}\mathbf{B}. \tag{7.18}$$

Рассмотренный ранее случай 1 можно рассматривать как частный по отношению к случаю 3, если в однородном поле выбрать цилиндрическую область. Поскольку поле однородно, то первый член в выражении (7.18) будет равным нулю, и мы придем к тем же выводам, что и в случае 1.

7.6. Электрические и магнитные заряды в теории движения электромагнитного поля

Отметим одно важное обстоятельство, обусловленное характером уравнения (7.3) и вытекающее из анализа результатов, полученных в работе [1] и при рассмотрении частных случаев в настоящей работе.

Второй член в уравнении (7.3), а также в его частных случаях (7.14), (7.16), (7.18) приводит, как и первый член, к появлению связанных зарядов. Однако, в отличие от первого члена, эти заряды могут быть не уравновешены зарядами противоположного знака, как и было во всех рассмотренных выше случаях. Это приводит к тому, что в случае вращающейся лабораторной системы отсчета, как показано в [1] и как следует из (7.3), (7.14), (7.16), (7.18), если использовать эти выражения для неинерциальной вращающейся лабораторной системы отсчета, закон сохранения заряда не соблюдается. В то же время для инерциальной лабораторной системы отсчета закон сохранения заряда, как известно, справедлив. Это означает, что механизм, который может заставить вращаться магнитное поле или его остановить, не только не известен, но и принципиально невозможен. В микромире заряженные элементарные частицы могут возникать, но только парами, так что общий заряд сохраняется неизменным.

Выражение (7.7) для магнитных зарядов отличается от выражения (7.3) для электрических зарядов тем, что для инерциальной системы отсчета второй член в (7.7) всегда равен нулю. Это следует из экспериментально установленного факта отсутствия в природе магнитного монополя. Следовательно, в инерциальной системе отсчета ротор скорости электрического поля всегда равен нулю. В природе не существуют вращающиеся электрические поля. Сохранить в выражении (7.7) второй член оправдано только в случае, если (7.7) предполагается применить для неинерциальных систем отсчета. Для инерциальных же систем отсчета, как следует из (7.7), справедливо уравнение:

$$\operatorname{div}\mathbf{B} = -\frac{1}{c^2}\mathbf{V}_{\mathrm{e}}\operatorname{rot}\mathbf{E}. \qquad (7.19)$$

В заключение сделаем некоторые замечания относительно роли в теории электромагнитного поля самого понятия заряда.

Со времен Фарадея считалось, что электрический заряд является источником электрического поля, а электрический ток является источником магнитного поля. Обобщая результаты, полученные в настоящей и в предыдущих работах цикла, можно сказать, что *во всех случаях появление любой из компонент электромагнитного поля, электрической или магнитной, обусловлено движением другой компоненты, а электрический или магнитный заряды являются лишь свойством электромагнитного поля.*

Тот факт, что заряд является лишь свойством, а не источником, электромагнитного поля, нисколько не умаляет роль заряда как физического понятия. Для этого есть две взаимосвязанные причины. Во-первых, на этом понятии основан весь математический аппарат теории электромагнитного поля. Во-вторых, огромное множество задач эффективно решаются, основываясь именно на представлениях о заряде как об источнике поля. Можно себе представить, сколько труда потребовалось бы при расчете силы взаимодействия двух зарядов на основе расчета энергии в каждой точки электрического поля взаимодействующих зарядов, и как просто это сделать, воспользовавшись законом Кулона. Поэтому, несмотря на то, что источником зарядов является электромагнитное поле, а не наоборот, роль понятия электрического или магнитного поля в теории электромагнетизма в полной мере сохраняется.

Выводы

1. На основе представлений, что во всех случаях появление любой из компонент электромагнитного поля, электрической или магнитной, обусловлено движением другой компоненты, получены общие выражения для дивергенции электрического и магнитного поля.

2. Показано, что в инерциальных системах отсчета существуют как электрические, так и магнитные связанные заряды.

3. Отмечено, что вращающееся магнитное поле является причиной появления системы связанных зарядов, являющейся, как единое целое, свободным электрическим зарядом. Также отмечено, что в природе не существует вращающихся электрических полей, поскольку магнитный монополь экспериментально не обнаружен.

4. Рассмотрены частные случаи инерциальной собственной системы отсчета и вращающегося магнитного поля. Для этих случаев получены соответствующие частные уравнения.

5. Отмечено, что заряды не являются источниками электромагнитного поля, а являются лишь его свойством.

Список литературы

1. Л.Н. Войцехович, Теория движения электромагнитного поля. 6. Электрон, 2, (2013), с. 3. *www.science.by/electromagnetism/rem6rus.pdf*.
2. Л.Н. Войцехович, Теория движения электромагнитного поля. 2. Принцип движения компонент электромагнитного поля, 1, (2013), с. 12. *www.science.by/electromagnetism/rem2rus.pdf*.
3. Р. Фейнман, Р. Лейтон, М. Сэндс, Фейнмановские лекции по физике, т. 5, Москва, Мир, (1977), с. 269 – 276.
4. Г. Корн, Т. Корн. Справочник по математике для научных работников и инженеров, Москва, Наука, (1974), с. 188.

Статья опубликована на сайте журнала РЭМ
5 июня 2013 г.

К списку публикаций