

## **Теория движения электромагнитного поля.**

### **2. Принцип движения компонент электромагнитного поля**

Л.Н. Войцехович

В работе с релятивистских позиций исследованы некоторые логические противоречия, парадоксы, возникающие при стационарных процессах движения электрического контура с током как целого или отдельных частей контура. Рассмотрен также случай взаимодействия двух полей, имеющих независимые движущиеся с различной скоростью источники. Показано, что для того, чтобы однозначно охарактеризовать состояние электромагнитного поля, необходимо дополнительно указать скорости его компонент. Показана взаимосвязь вектора Пойнтинга и скорости поля.

#### **2.1. Введение**

Как отмечалось нами в работе [1], классической теории электромагнетизма свойственны как внутренние логические противоречия, так и противоречия со специальной теорией относительности. Эти парадоксы возникают вопреки общепринятому мнению, что классическая теория электромагнетизма и теория относительности в части, касающейся электромагнитного поля, являются единым целым и дополняют друг друга.

Целью настоящей работы является рассмотрение указанных противоречий теории электромагнетизма, анализ причин возникновения и пути устранения применительно к стационарным процессам электромагнетизма.

#### **2.2. Униполярный генератор**

В классической теории принято считать, что уравнения Максвелла носят всеобщий и универсальный характер, часто всю теорию электромагнитного поля строят на основе уравнений Максвелла. Тем не менее, широко известен случай униполярной индукции, когда уравнения Максвелла оказываются неприменимыми для расчета электродвижущей силы в электрическом контуре.

Униполярный генератор (рис. 2.1) представляет собой металлический диск, вращающийся в однородном магнитном поле  $B$

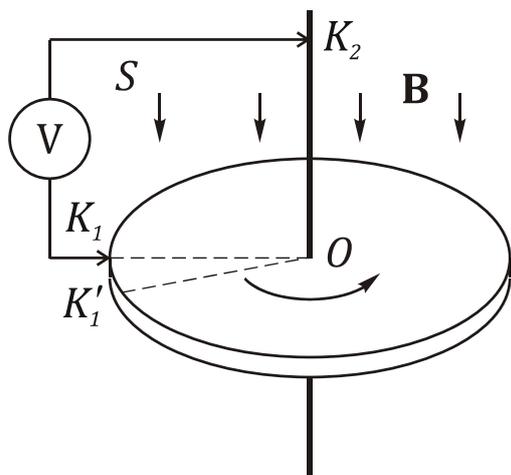


Рис. 2.1. Униполярный генератор

вокруг оси  $OK_2$ . Вольтметр  $V$  с помощью скользящих контактов подключен к боковой образующей вращающегося диска в точке  $K_1$  и к оси  $OK_2$  в точке  $K_2$ . Вольтметр, ось  $OK_2$  и вращающийся диск образуют замкнутый контур  $S$ . В контуре  $S$  возникает электродвижущая сила (ЭДС)  $\mathcal{E}$ , расчет которой на основе силы Лоренца не вызывает затруднений. В то же время из уравнений Максвелла следует, что ЭДС  $\mathcal{E}$  должна быть равна нулю, поскольку поток магнитного поля через контур  $S$  остается

неизменным во времени, в частности, на рис. 2.1 он равен нулю. Сказанное в полной мере относится и к магнитогидродинамическим генераторам, где вместо вращающегося диска используется движущийся линейно между полюсами магнита расплавленный металл или ионизированный газ.

В литературе часто приводится и другая конструкция униполярного генератора, отличающаяся от приведенного на рис. 2.1 тем, что внешнее магнитное поле отсутствует, а вращается вокруг своей оси цилиндрический постоянный магнит. Такая конструкция генератора рассматривается, в частности, в монографии И.Е. Тамма [2]. Подробнее генератор с вращающимся вокруг своей оси магнитом мы рассмотрим в главе 5, так как процессы в таком генераторе несколько сложнее, хотя конечный результат один и тот же.

Расчет ЭДС  $\mathcal{E}$  в [2] основан на том, что начальный контур  $S$ , контур  $OK_1K_2O$ , через момент времени  $dt$  преобразуется в контур  $OK'_1K_1K_2O$ , за счет чего в контуре  $S$  и возникает ЭДС  $\mathcal{E}$ . Такой подход широко распространен при расчете ЭДС униполярного генератора и приводит к правильным численным результатам, но это не отрицает того факта, магнитный поток через реальный контур  $OK_1K_2O$  остается неизменным во времени и ЭДС  $\mathcal{E}$ , следовательно, должна быть равна нулю. Против использования в расчетах силы Лоренца, тесно связанной с понятием магнитных силовых линий, Тамм выдвигает следующие возражения: «В прошлом веке долго шла оживленная дискуссия по вопросу об униполярной индукции, связанная с

попытками истолковать это явление в том смысле, что силовые линии магнитного поля, возбуждаемого магнитом, вращаются вместе с магнитом вокруг его оси. В движении силовых линий, пересекающих проводник  $AVB$  ( $K_1VK_2$  на рис. 2.1 – прим. автора) и усматривалась причина возникновения в этом проводнике электродвижущих сил индукции. Нечего и говорить, что такая интерпретация не выдерживает никакой критики: силовые линии являются лишь вспомогательным понятием, служащим для описания поля, а не какими-либо материальными образованиями, отдельные элементы которых можно было бы индивидуализировать, связывать их с определенными источниками поля (невозможность чего особенно ясна, например, в случае наложения полей двух магнитов – подвижного и неподвижного), следить за их перемещением в пространстве и т. д.».

Мы привели столь обширную цитату потому, что в ней в концентрированном виде сформулированы основные возражения сторонников аксиоматической модели электромагнитного поля, основанной на уравнениях Максвелла, и противников модели Фарадея, основанной на понятии силовых линий. Действительно, силовые линии являются лишь вспомогательным, условным понятием. Однако это условное понятие достаточно точно и, главное, очень наглядно отражает некоторые основные свойства электрического и магнитного поля. Не случайно при описании потоков жидкостей и газов широко используется понятие линий тока, несмотря на очевидность физической модели в виде потока молекул. Электрическое или магнитное поле нельзя представить себе в виде потока каких-либо частиц, но с математической точки зрения это поток вектора, поэтому физическая модель электромагнитного поля на основе силовых линий Фарадея адекватно отражает основные свойства пространства и электромагнитного поля и является вполне естественной.

### 2.3. Движение заряда над проволокой с током

Тем не менее, модель Фарадея, в том виде как она существует в настоящее время, не всегда однозначно описывает электромагнитные процессы. Покажем это на примере задачи, приведенной в «Фейнмановских лекциях по физике» [3]. Этот пример в качестве учебного приводится и во многих других монографиях и учебных пособиях.

В системе отсчета  $S$  (рис. 2.2а) вдоль провода с током  $I$  движется со скоростью  $v_0$  отрицательный заряд  $q$ . На заряд действует сила Лоренца  $\mathbf{F}$ , направленная в сторону проволоки,  $\mathbf{F} = q[\mathbf{v}_0\mathbf{B}]$ , где  $\mathbf{B}$  – индукция магнитного поля в точке нахождения заряда  $q$ , а  $\mathbf{v}_0$  – скорость этого заряда.

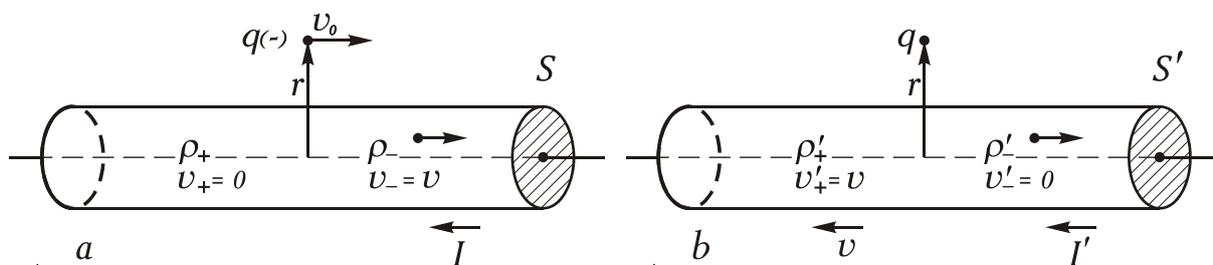


Рис. 2.2. Взаимодействие проволоки с током  $I$  и частицы с зарядом  $q$ , движущейся со скоростью  $v_0$ , в двух системах отсчета.  
 а – в системе  $S$  покоится проволока;  
 б – в системе  $S'$  покоится заряд.

В системе отсчета  $S'$  (рис. 2.2б) заряд покоится, а провод движется справа налево, как показано на рисунке. На заряд по-прежнему действует сила в направлении проволоки. Поскольку в системе отсчета  $S'$  магнитное поле не действует на заряд (он покоится), следовательно, на заряд действует появившееся в системе  $S'$  электрическое поле. Наличие этого поля Фейнман объясняет, предельно упрощая ход рассуждений, следующим образом.

В системе  $S$  положительные заряды металлического проводника неподвижны, скорость отрицательных зарядов (электронов) принимается равной  $v$ . В системе  $S'$  скорость положительных зарядов равна  $v$ , а отрицательные заряды неподвижны. В системе  $S'$  из-за релятивистского сокращения длины равное число зарядов будет находиться на отрезке длины провода  $L$  для отрицательных зарядов и на отрезке  $L\sqrt{1-v^2/c^2}$ , где  $c$  – константа скорости света, – для положительных зарядов. Электрическое же поле возникает благодаря тому, что плотность положительных зарядов оказывается больше плотности отрицательных.

В монографии [4] рассматривается соленоид с током, вращающийся вокруг своей оси. На основании рассуждений, в основе которых лежит приведенное выше сокращение длины и увеличение благодаря этому плотности движущихся зарядов, авторы приходят к выводу, что вращающийся соленоид приобретает отличный от нуля

электрический заряд. Эпитеты «кажущийся заряд» и «релятивистский эффект» ничего, по сути, не меняют: такая интерпретация противоречит закону сохранения заряда. Почему же так происходит?

Вернемся к задаче взаимодействия проводника с током и заряда  $q$ , изображенной на рис. 2.2, но при этом дополнительно учтем условия, принимаемые по умолчанию. Прежде всего, проволока не может быть бесконечной, она должна замыкаться в контур, как это изображено на рис. 2.3.

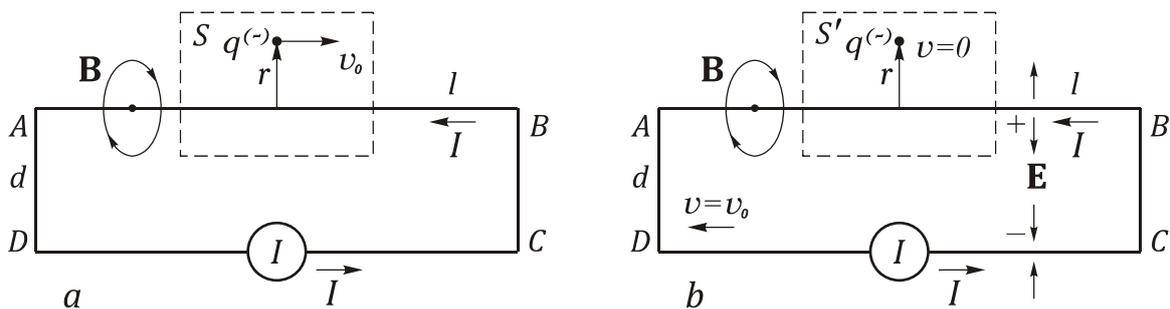


Рис. 2.3. Взаимодействие проволоки с током  $I$  и частицы с зарядом  $q$ .

На рис. 2.3 пунктиром выделены области  $S$  и  $S'$ , причем область  $S$  соответствует изображению на рис. 2.2a, а область  $S'$  – изображению рис. 2.2b. Фактически эти области соответствуют покоящейся лабораторной  $S$  и движущейся  $S'$  системам отсчета. Ток  $I$  течет по контуру  $ABCD$ , включающему в себя источник тока  $I$ . При этом, как и ранее, в системе  $S$  на рис. 2.3a заряд  $q$  движется со скоростью  $v_0$  и в системе  $S'$  на рис. 2.2b заряд  $q$  покоится, а контур  $ABCD$  движется, как показано на рисунке, со скоростью  $v_0$ . На рис. 2.3 приняты обозначения: сторона  $AB = l$  и сторона  $AD = d$ . Для сторон  $l$  и  $d$  выполняется соотношение  $l \gg d \gg r$ . Это же соотношение по умолчанию подразумевалось и на рис. 2.2, хотя и не приводилось в явном виде, поскольку на рисунке не изображен и сам контур. Вокруг всех проводов контура  $ABCD$  циркулирует магнитное поле  $\mathbf{B}$ , а вблизи отрезков  $AB$  и  $CD$  на рис. 2.3b присутствует также и электрическое поле  $\mathbf{E}$  (отрезки контура  $AD$  и  $BC$  мы исключаем из рассмотрения ввиду их удаленности от выделенных пунктиром областей  $S$  и  $S'$ , но будем помнить, что эти отрезки замыкают контур и их наличие является принципиально важным).

Изменим конструкцию контура  $ABCD$ , для чего удлиним проволоку  $AB$ , как показано на рис. 2.4, и в точках  $A$  и  $B$  сделаем

подвижные контакты, чтобы проволока  $AB$  и источник тока  $I$  с частью контура  $ADCB$  могли двигаться влево и вправо независимо друг от друга. Как и ранее, в системе  $S$  на рис. 2.4a заряд движется, а в системе  $S'$  на рис. 2.4b – неподвижен. Рассмотрим некоторые частные случаи движения проволоки и источника тока.

1. На рис. 2.4a проволока и источник тока с присоединенными к нему частями контура неподвижны. В системе  $S$  на заряд действует сила Лоренца  $\mathbf{F}$ . Этот случай полностью соответствует случаю, приведенному на рисунках 2.2a и 2.3a.

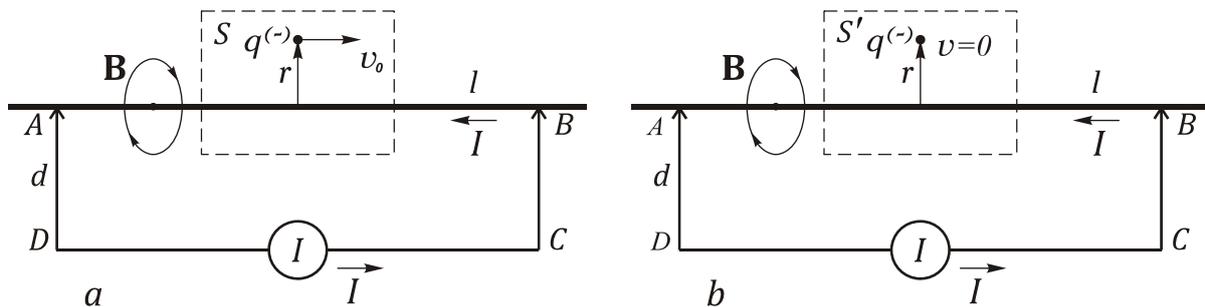


Рис. 2.4. Контур с током  $I$  со скользящими контактами.

2. На рис. 2.4b проволока покоится, источник тока и связанные с ним элементы контура движутся с той же скоростью и в том же направлении, что и заряд  $q$ .

Если рассматривать для этого случая только выделенные пунктиром области  $S$  и  $S'$ , то они покажутся совершенно идентичными системам отсчета  $S$  и  $S'$  на рис. 2.2. Несмотря на это, электрическое поле в системе отсчета  $S'$  на рис. 2.2b присутствует, а в выделенной пунктиром области  $S'$  на рис. 2.4b – отсутствует. Попробуем разобраться в причинах такого положения. С этой целью подробнее рассмотрим, в чем же отличие в выделенных областях  $S'$  на рисунках 2.3b и 2.4b (напомним, что рисунок 2.3b является более детальным изображением условий мысленного эксперимента на рисунке 2.2b).

Прежде всего, заметим, что от движения проволоки с током на рис. 2.4b ничего не зависит, с какой бы скоростью проволока ни двигалась, электрическое поле в области  $S'$  не появится. Причина этого заключается в том, что независимо от движения проволоки *остается неподвижным контур с током  $ABCD$* , в то время как на рис. 3b этот контур движется. Вернемся к области  $S'$ . Очевидно, что причиной появления в этой области электрического поля  $\mathbf{E}$  является

отличие от 0 магнитного поля  $\mathbf{B}$ . Поле  $\mathbf{B}$  в этой области можно считать однозначно заданным, если мы можем предсказать наличие и величину напряженности электрического поля  $\mathbf{E}$ . Однако величина поля  $\mathbf{B}$  на рисунках 2.3*b* и 2.4*b* одинакова, а величина поля  $\mathbf{E}$  различна. Это противоречие легко объясняется, если признать, что причиной появления электрического поля  $\mathbf{E}$  является движение со скоростью  $v_0$  магнитного поля  $\mathbf{B}$  совместно с источником поля, в роли которого в настоящем случае выступает контур с током  $ABCD$ . В системе  $S'$  на рис. 2.4*b* заряд и источник магнитного поля (контур с током) неподвижны относительно друг друга и системы отсчета  $S'$  и, следовательно, электрическое поле  $\mathbf{E}$  отсутствует. На рис. 2.3*b* источник магнитного поля (контур с током) движется относительно системы отсчета  $S'$  и, следовательно, в соответствии с преобразованиями Лоренца для электромагнитного поля возникает электрическое поле  $\mathbf{E}$ .

Таким образом, повторим, что причиной появления электрического поля и, соответственно, линейного заряда на проволоке (участке  $AB$  контура с током) является отличная от нуля скорость магнитного поля. Отметим, что на участке  $CD$  контура с током возникнет отрицательный линейный заряд. На рисунке 2.3*b* положительные и отрицательные линейные заряды обозначены соответственно знаками «+» и «-». В целом заряды уравниваются друг друга, и контур с током  $ABCD$  в системе отсчета  $S'$ , как и в системе  $S$ , останется нейтральным. Как и следовало ожидать, закон сохранения заряда не нарушается при переходе от неподвижной системы отсчета  $S$  к движущейся инерциальной системе отсчета  $S'$ , если рассматривать не выделенную часть контура с током, а весь контур целиком.

Другое объяснение причины появления электрического поля, как отмечалось выше, заключается в релятивистском сокращении длины произвольного участка проволоки, непропорциональном для положительных и отрицательных зарядов. Те же рассуждения, приведенные в [3], справедливы и для случая на рис. 2.4, когда заряд  $q$  и источник тока  $I$  с прилегающими частями контура движутся с одинаковой скоростью (рис. 2.4*a*). На рис. 2.4*b* выделенная область  $S'$  ничем не отличается от такой же области на рис. 2.3*b*, следовательно, на участке проволоки  $AB$  должен возникать избыток положительных зарядов, а участок контура с током  $CD$  является на рис. 2.4*b* обычным неподвижным участком с током, который, как известно, всегда остается нейтральным. Если рассмотрим контур  $ABCD$  в целом, то обнаружим избыток положительных зарядов, что приводит к

нарушению закона сохранения заряда, поскольку контур  $ABCD$  на рис. 2.4а исходно принимается нейтральным.

Ошибочность приведенного выше объяснения причины появления электрического поля и линейного заряда в движущейся проволоке заключается в том, что для отрицательных и положительных зарядов сравниваются длины отрезка проволоки, измеренные в разных системах отсчета: неподвижной и подвижной. Правильно же сравнивать длину выбранного отрезка в какой-либо одной системе, неподвижной или подвижной. В таком случае окажется, что в любом отрезке проволоки всегда оказывается одинаковое количество отрицательных и положительных зарядов.

По той же причине ошибочен и вывод в монографии [4], что при вращении соленоида вокруг своей оси на его поверхности возникает электрический заряд. При вращении соленоида, считая витки соленоида замкнутыми (это не нарушает общности выводов, соленоид, например, может быть выполнен из сверхпроводящего материала), происходит вращение лишь материала витков, а сам контур тока каждого витка остается неизменным по конфигурации и неподвижным. Неподвижным, следовательно, остается и магнитное поле, по этой причине не возникает ни электрического поля, ни зарядов на поверхности соленоида. Соответственно, не нарушается и закон сохранения заряда.

#### 2.4. Случай двух независимых источников поля

Вывод о том, что магнитное или электрическое поле должно характеризоваться не только величиной, но и скоростью, не является новым. В специальной теории относительности вопрос, пожалуй, и не возникает: если заряд может двигаться относительно магнитного поля, то и магнитное поле может двигаться относительно заряда, иначе мы приходим к нарушению принципа относительности. В литературных источниках, посвященных классической теории электромагнитного поля, не всегда можно выяснить, на какой позиции находится автор, иногда эта позиция выражена явно, как в приведенной выше цитате из монографии [2], но чаще выражена неявно в пользу той или иной позиции.

Попытаемся теперь ответить на другой поставленный в цитате вопрос, можно ли связывать силовые линии с определенными источниками поля. С этой целью рассмотрим систему из двух контуров, представленную на рис. 2.5.

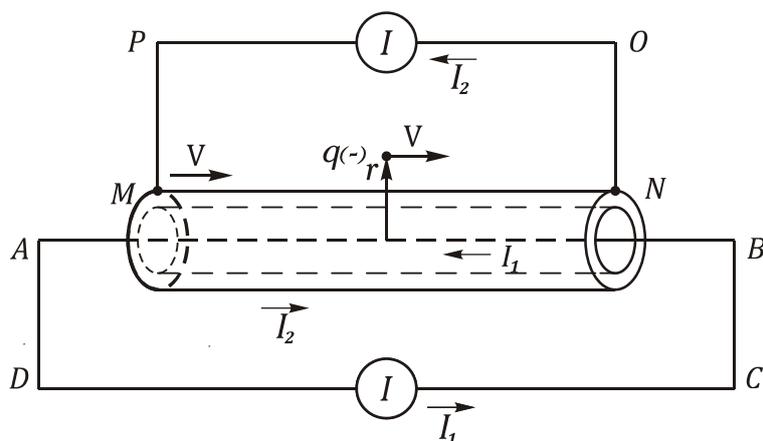


Рис. 2.5. Система из двух контуров с током.  
Контур  $ABCD$  неподвижен, контур  $MNOP$  и заряд  $q$  движутся со скоростью  $\mathbf{V}$ .

Контур  $ABCD$  с током  $I_1$  неподвижен, а контур  $MNOP$  с током  $I_2$  и заряд  $q$  движутся со скоростью  $\mathbf{V}$ . Участок контура  $MN$  представляет собой полый металлический цилиндр, расположенный соосно с участком контура  $AB$ . Как и ранее, систему отсчета, неподвижную относительно контура  $ABCD$ , обозначим  $S$ , а систему отсчета, неподвижную относительно контура  $MNOP$  и заряда  $q$ , обозначим  $S'$ . Будем считать, что соотношения сторон, принятые для контура  $ABCD$  на рис. 2.3, справедливы и для обоих контуров на рис. 2.5. Диаметр полого цилиндра  $MN$  много меньше его длины. При выполнении этих требований с достаточной точностью можно считать, что при равенстве токов  $I_1$  и  $I_2$  магнитное поле  $\mathbf{B}$  в точке  $r$ , где находится заряд  $q$ , равно нулю.

Рассмотрим три случая:

а) ток в контуре  $ABCD$  включен, ток в контуре  $MNOP$  отключен ( $I_2 = 0$ );

б) ток в контуре  $ABCD$  отключен ( $I_1 = 0$ ), ток в контуре  $MNOP$  включен;

в) ток в обоих контурах включен,  $I_1 = I_2$ .

Случай а) рассматривался выше, он полностью эквивалентен случаю, изображенному на рис. 2.3.

В случае б) в системе отсчета  $S'$  контур  $MNOP$  возбуждает в точке  $r$  магнитное поле, но оно не взаимодействует с зарядом  $q$ , поскольку контур и заряд неподвижны относительно друг друга. В системе отсчета  $S$ , кроме магнитного поля, контур  $MNOP$  возбуждает в точке  $r$

и электрическое поле. Действие этого поля на заряд  $q$  полностью компенсируется силой Лоренца, поскольку заряд движется в магнитном поле. Результирующая сила, таким образом, равна нулю, как и в системе отсчета  $\mathbf{B}$ .

В случае в) возможно два подхода при определении силы, действующей на заряд. При первом подходе сначала вычисляем индукцию магнитного поля  $\mathbf{B}$  в точке  $r$ , а она равна нулю при условии равенства токов  $I_1$  и  $I_2$ , затем делаем вывод, что поскольку  $\mathbf{B}$  равно нулю, то равны нулю и сила Лоренца в системе  $S'$ , и электрическое поле в системе  $S$ , следовательно, равна нулю и сила, действующая на заряд. Этот вывод приходит в противоречие со сделанным ранее заключением, что ток  $I_2$  в контуре  $MNOP$  не взаимодействует с зарядом, так как заряд и контур взаимно неподвижны. Действительно, отключив ток в контуре  $MNOP$ , мы приходим к случаю а), когда на заряд действует сила, а при включении тока эта сила становится равной нулю.

Это противоречие исчезает при втором подходе. В качестве исходного состояния примем случай а), когда ток в контуре  $MNOP$  отключен. В этом случае в системе  $S'$  существует электромагнитное поле с магнитной компонентой  $\mathbf{B}$  и электрической компонентой  $\mathbf{E}$ . При включении тока в контуре  $MNOP$  магнитная компонента  $\mathbf{B}$  компенсируется магнитным полем тока  $I_2$  и становится равной нулю, электрическая же компонента электромагнитного поля сохраняется, следовательно, на заряд действует сила, которая не изменяется при включении и выключении тока в контуре  $MNOP$ . Эта сила сохраняется и в системе  $S$ , в случае больших скоростей ее необходимо пересчитать по законам релятивистской механики. Прямой расчет этой силы в системе отсчета  $S$  приводит к логическим затруднениям, впрочем, вполне преодолимым.

Рассмотрим подробнее силы, действующие в системе отсчета  $S$ . Когда в контуре  $MNOP$  ток отключен, на заряд со стороны тока  $I_2$  в контуре  $ABCD$  действует сила Лоренца. При включении тока в контуре  $MNOP$  в системе  $S$  появляется электрическое поле  $\mathbf{E}$ , сила Лоренца исчезает, поскольку магнитные поля, вызванные токами  $I_1$  и  $I_2$ , взаимно компенсируют друг друга. В то же время, несмотря на присутствие электрического поля  $\mathbf{E}$ , оно не действует на заряд. Электрическое поле  $\mathbf{E}$  вызвано током  $I_2$  в контуре  $MNOP$ , следовательно, если электрическое поле  $\mathbf{E}$  действует на заряд, то заряд и контур взаимодействуют, на контур со стороны заряда

действует сила, что противоречит сказанному ранее. Не только выключение, но и любое изменение величины тока  $I_2$  не приводит к изменению силы, действующей на заряд.

Ранее при рассмотрении случая б) мы получили правильный результат, равенство нулю силы в системе  $S$ , путем введения компенсирующих друг друга фиктивных сил: магнитной силы Лоренца и электрической. Эти силы фиктивны, поскольку они отсутствуют в системе  $S'$ , а сила, отличная от нуля в какой-либо одной инерциальной системе отсчета, должна быть отлична от нуля, как следует из уравнений релятивистской механики, и для любой другой инерциальной системы отсчета.

В значительной степени преодолеть трудности логического характера, возникающие при наличии двух или более источников поля, позволяет подход, основанный на раздельном расчете полей и сил независимо для каждого источника поля с последующим суммированием. Этот подход развивается в следующей работе настоящего цикла.

### 2.5. Скорость компонент электромагнитного поля

Таким образом, распространение понятия «скорость» на электрическую и магнитную компоненты электромагнитного поля позволяет устранить некоторые логические противоречия классической теории и полностью согласуется со специальной теорией относительности. Скорость компоненты электромагнитного поля соответствует скорости источника. При этом под источником поля подразумевается физический объект, вызывающий появление неизменного во времени и пространстве поля в собственной системе отсчета, в которой этот объект неподвижен. В настоящей главе предполагается, что такой объект существует, в дальнейшем будут рассмотрены и другие случаи. Источником поля может служить и совокупность двух и более элементарных физических объектов, неизменных во времени и пространстве, что предполагает их взаимную неподвижность или взаимную компенсацию эффектов движения, как, например, это справедливо для свободных электронов на обкладках плоского конденсатора. Конденсатор в целом должен рассматриваться как единый источник электрического поля. Такую совокупность элементарных источников в дальнейшем мы будем рассматривать как единый источник поля.

В случае одного (единого) источника поля в собственной системе отсчета движущегося источника поля существует только одна компонента поля. Будем называть это поле собственным полем, электрическим  $\mathbf{E}_0$  или магнитным  $\mathbf{B}_0$  в зависимости от того, какое поле мы рассматриваем, а систему отсчета – собственной системой отсчета этого электромагнитного поля. Подчеркнем, что, по определению, в собственной системе отсчета существует только одна из компонент поля, электрическая или магнитная. Это обстоятельство позволяет упростить преобразования Лоренца для собственного поля. Приведем эти преобразования в векторном виде.

Рассмотрим случай собственного электрического поля  $\mathbf{E}_0$ . Преобразования Лоренца для продольной  $\mathbf{E}_{\parallel}$  и поперечной  $\mathbf{E}_{\perp}$  (относительно собственной скорости электрического поля  $\mathbf{V}_e$ ) составляющих электрического поля  $\mathbf{E}$  в неподвижной системе отсчета принимают вид (здесь и далее все уравнения приводятся в системе единиц СИ):

$$\mathbf{E}_{\parallel} = \mathbf{E}_{0\parallel}, \quad \mathbf{E}_{\perp} = \frac{\mathbf{E}_{0\perp}}{\sqrt{1 - \frac{V_e^2}{c^2}}} \quad (2.1)$$

где  $\mathbf{E}_{0\parallel}$  и  $\mathbf{E}_{0\perp}$  – соответственно продольная и поперечная составляющая собственного электрического поля, а  $c$  – скорость света в вакууме.

Уравнение для поперечной составляющей содержит только один член, так как в собственной системе отсчета в рассматриваемом случае магнитное поле отсутствует.

Уравнение для магнитного поля  $\mathbf{B}$  в неподвижной системе отсчета принимают вид:

$$\mathbf{B} = \frac{1}{c^2 \sqrt{1 - \frac{V_e^2}{c^2}}} [\mathbf{V}_e \mathbf{E}_0]. \quad (2.2)$$

Напомним, что магнитное поле в собственной системе отсчета отсутствует, по этой причине уравнение содержит справа только один член, поле  $\mathbf{B}$  не содержит продольной составляющей и всегда ортогонально скорости  $\mathbf{V}_e$ .

Подставляя в (2.2) значение  $\mathbf{E}_{0\perp}$  из (2.1) и учитывая, что в векторном произведении замена  $\mathbf{E}_{\perp}$  на  $\mathbf{E}$  не изменяет ни направление, ни величину результирующего вектора, окончательно получим:

$$\mathbf{B} = \frac{1}{c^2} [\mathbf{V}_e \mathbf{E}]. \quad (2.3)$$

Выражение (2.3) – это фактически то же преобразование Лоренца (2.2), но, в отличие от (2.2), в него входят только величины из лабораторной системы отсчета. Скорость  $\mathbf{V}_e$  – это скорость электрического поля  $\mathbf{E}$  в покоящейся системе отсчета. Магнитное поле  $\mathbf{B}$  отсутствует в движущейся системе, в покоящейся системе отсчета оно неподвижно.

Для случая с собственным магнитным полем  $\mathbf{B}_0$  совершенно аналогично имеем:

$$\mathbf{B}_{\parallel} = \mathbf{B}_{0\parallel}, \quad \mathbf{B}_{\perp} = \frac{\mathbf{B}_{0\perp}}{\sqrt{1 - \frac{V_e^2}{c^2}}} \quad (2.4)$$

и

$$\mathbf{E} = -[\mathbf{V}_m \mathbf{B}]. \quad (2.5)$$

Из выражений (2.3) и (2.5) можно вычислить собственную скорость  $\mathbf{V}_e$  или  $\mathbf{V}_m$  в зависимости от того, является собственное поле электрическим или магнитным. В свою очередь, определить тип поля можно в зависимости от знака инварианта  $I_1$ :

$$I_1 = c^2 B^2 - E^2. \quad (2.6)$$

Если инвариант  $I_1 > 0$ , то электромагнитное поле путем выбора соответствующей системы отсчета можно свести к чисто магнитному полю. В принятой нами терминологии это означает, что собственное поле в этом случае – магнитное, и для определения собственной скорости  $\mathbf{V}_m$  необходимо использовать выражение (2.5).

Если инвариант  $I_1 < 0$ , то электромагнитное поле сводится к электрическому полю, и для определения собственной скорости  $\mathbf{V}_e$  необходимо использовать выражение (2.4).

Определять тип собственного поля с помощью знака инварианта (2.6) необходимо в случаях, когда этого нельзя сделать, исходя из условий задачи. Если по условиям задачи заданы только поля  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{B}$ , которые могут быть образованы путем суперпозиции нескольких полей или вообще могут не иметь источника как «физического объекта, вызывающего появление неизменного во времени и пространстве поля в собственной системе отсчета», то описанным выше путем мы найдем собственное поле и скорость виртуального источника, вызывающего в покоящейся лабораторной системе отсчета поля  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{B}$ .

Из выражения (2.3) найдем скорость  $\mathbf{V}_e$ . Для этого умножим обе части выражения (2.3) на вектор поперечной составляющей напряженности электрического поля  $\mathbf{E}_\perp$ :

$$[\mathbf{E}_\perp \mathbf{B}] = \frac{1}{c^2} [\mathbf{E}_\perp [\mathbf{V}_e \mathbf{E}]] = \frac{1}{c^2} (\mathbf{V}_e (\mathbf{E}_\perp \mathbf{E}) - \mathbf{E} (\mathbf{E}_\perp \mathbf{V}_e)). \quad (2.7)$$

Учтем, что  $[\mathbf{E}_\perp \mathbf{B}] = [\mathbf{E} \mathbf{B}]$ ,  $(\mathbf{E}_\perp \mathbf{E}) = E_\perp^2$  и  $(\mathbf{E}_\perp \mathbf{V}_e) = 0$ , и окончательно из (2.7) получим:

$$\mathbf{V}_e = c^2 \frac{[\mathbf{E} \mathbf{B}]}{E_\perp^2}. \quad (2.8)$$

Аналогично, умножая обе части уравнения (2.5) на вектор поперечной составляющей магнитной индукции  $\mathbf{B}_\perp$ , получим:

$$\mathbf{V}_m = \frac{[\mathbf{E} \mathbf{B}]}{B_\perp^2}. \quad (2.9)$$

Уравнения (2.1), (2.3) и (2.4), (2.5) носят в теории движения электромагнитного поля и в целом в релятивистской теории электромагнетизма фундаментальный характер. В тех случаях, когда не требуется прямо учитывать величину собственного поля и важны лишь характеристики поля в лабораторной системе отсчета, а это относится к большинству задач электромагнетизма, достаточно уравнений (2.3) и (2.5).

Заметим, что числитель выражений (2.8) и (2.9) – это, фактически, вектор Пойнтинга  $\mathbf{S}$ :

$$\mathbf{S} = \varepsilon_0 c^2 [\mathbf{E}\mathbf{B}], \quad (2.10)$$

где  $\varepsilon_0$  – электрическая постоянная.

Подставляя (2.8) и (2.9) в (2.10), получим другие полезные соотношения:

$$\mathbf{S} = \varepsilon_0 E_{\perp}^2 \mathbf{V}_e \quad (2.11)$$

и

$$\mathbf{S} = \varepsilon_0 c^2 B_{\perp}^2 \mathbf{V}_m. \quad (2.12)$$

Из выражений (2.11) (2.12) следует, что вектор Пойнтинга  $\mathbf{S}$  и вектор собственной скорости  $\mathbf{V}$  коллинеарны, как и следовало ожидать.

Заметим, что для любого электромагнитного поля с компонентами  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{B}$  формально существует два решения относительно собственной скорости в виде (2.8) и (2.9). Одно из этих решений соответствует скорости собственного поля, которая всегда меньше или равна скорости света. Именно это решение имеет физический смысл в рамках настоящей статьи. Как следует из выражения (2.1), при скорости  $\mathbf{V}_e$ , превышающей скорость света  $c$ , собственное поле  $\mathbf{E}_{0\perp}$  должно быть мнимой величиной, поскольку поле  $\mathbf{E}$  – величина действительная. То же самое можно сказать и в отношении магнитного поля  $\mathbf{B}$ . В некоторых случаях нельзя игнорировать и второе решение. Физический смысл второго решения, приводящего к собственной скорости больше скорости света, будет рассмотрен в дальнейших работах цикла.

Уравнения (2.3) и (2.5) имеют решение при любых направлениях вектора скорости, однако обратная задача, вычисление собственной скорости  $c$  с помощью уравнений (2.8) и (2.9) при условии параллельности собственного поля и собственной скорости приводит к неопределенности типа  $0/0$ . В этом случае собственная скорость должна определяться, исходя из условий задачи по скорости источника поля. К счастью, такая ситуация обычно встречается, когда источник поля известен в явном виде, а когда он как физический материальный объект не существует – векторы поля и скорости ортогональны.

Отметим, что, тем не менее, понятие «скорость» как характеристика состояния поля в равной степени относится и к коллинеарной, и к ортогональной составляющей. Более подробно

этот вопрос будет рассмотрен позднее, пока лишь заметим, что для противоположной позиции нет никаких оснований.

### **Выводы**

1. Напряженность электрического поля и индукция магнитного поля не характеризует однозначно состояние электромагнитного поля. Для того чтобы однозначно охарактеризовать состояние электромагнитного поля, необходимо дополнительно указать скорости его компонент.

2. Для случая, когда источник поля существует и является единственным, скорость поля совпадает со скоростью источника. В противном случае можно указать лишь виртуальный источник поля, вызывающий наблюдаемые в лабораторной системе электрическую и магнитную компоненты электромагнитного поля. Поле такого источника в обоих случаях будем называть собственным, а скорость – собственной скоростью поля.

3. В случае нескольких источников составляющие поля от каждого источника должны рассматриваться независимо.

4. Получены уравнения, связывающие величины компонент электромагнитного поля в неподвижной лабораторной системе отсчета и собственную скорость этих компонент.

### **Список литературы**

1. Л.Н. Войцехович, Теория движения электромагнитного поля. 1. Введение в теорию, Релятивистский электромагнетизм, 1, (2013), с. 6, [www.science.by/electromagnetism/rem1rus.pdf](http://www.science.by/electromagnetism/rem1rus.pdf).
2. И.Е. Тамм, Основы теории электричества, Москва, Наука, (1966), с. 549 – 553.
3. Р. Фейнман, Р. Лейтон, М. Сэндс, Фейнмановские лекции по физике, т. 5, Москва, Мир, (1977), с. 269 – 276.
4. Э.А. Меерович, Б.Э. Мейерович, Методы релятивистской электродинамики в электротехнике и электрофизике, Москва, Энергоатомиздат, (1987), с. 84 – 86.

*Статья опубликована на сайте журнала РЭМ  
27 марта 2013 г.*