

**ФГБ ОУ ВПО
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ»**

Кафедра «Управление и информатика в технических системах»

Оптимизация управления движением поездов

Под редакцией доктора технических наук, профессора Л.А. Баранова

Учебное пособие

Москва – 2011

УДК 656.25-52
О 60

Баранов Л.А., Ерофеев Е.В., Мелёшин И.С., Чинь Л.М. Оптимизация управления движением поездов. Учебное пособие/ под редакцией доктора технических наук, профессора Л.А. Баранова. – М.:МИИТ, 2011. – 164 с.

В книге приведена постановка и решение оптимизационной задачи выбора режимов управления движением поезда при заданных скоростных ограничениях по критерию минимума расхода энергии, когда фиксировано время хода по перегону, либо по критерию минимума приведенных затрат. В пособии дано решение задачи энергооптимального распределения времени хода поезда по участку на времена хода по перегонам, решается задача потенциальной оценки минимума интервала попутного следования поездов.

Книга предназначена для студентов, аспирантов и преподавателей транспортных вузов, а так же специалистов, занимающихся исследованием, разработкой, внедрением и эксплуатацией энергосберегающих технологий на железнодорожном транспорте, систем автоматического управления движением поездов, организацией процесса перевозок.

Рецензенты: д.т.н., профессор Абрамов В.М. (ЗАО «Отраслевой центр внедрения новой техники и технологии»);
к.т.н., доцент кафедры «Энергоснабжение электрических железных дорог» Гречишников В.А. (МИИТ).

ISBN 978-5-7876-0151-0

© ФГБ ОУ ВПО «Московский государственный университет путей сообщения», 2011

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	5
1 Моделирование движения поезда	7
1.1 Уравнение движения поезда.....	7
1.2 Моделирование сопротивления движению поезда.....	11
1.3 Моделирование сил тяги и торможения	15
1.4 Моделирование процесса торможения поезда.....	21
2 Оптимальное управление движением поезда с непрерывным управлением тягой и торможением	25
2.1 Методы решения задач оптимального управление движением поезда. Критерии оптимальности.....	25
2.2 Постановка задачи оптимального управления.....	27
2.3 Использование принципа максимума [17].....	31
2.4 Оптимальные режимы управления [17].....	34
2.5 Структура оптимальной траектории и допустимые переключения оптимальных режимов	46
2.6 Грубость оптимальной траектории	63
3 Оптимальное управление движением поезда с непрерывным управлением тягой и торможением без рекуперативного тормоза	73
3.1 Постановка задачи оптимального управления.....	73
3.2 Использование принципа максимума	74
3.3 Оптимальные режимы управления	77
3.4 Структура оптимальной траектории [3].....	78
4 Определение оптимальных режимов ведения поездов метрополитена с использованием численных методов оптимизации..	80
4.1 Опыт использования численных методов оптимизации для определения оптимальных режимов ведения поездов метрополитена.	80
4.2 Определение методом динамического программирования оптимальных режимов ведения поездов метрополитена с дискретным управлением силой тяги.....	81

5	Определение энергооптимальных режимов ведения поездов магистральных железных дорог с использованием численных методов оптимизации.....	97
5.1	Опыт использования численных методов оптимизации для выбора оптимальных режимов ведения поездов.....	97
5.2	Определение оптимальных режимов ведения поездов с электровозами с позиционным (дискретным) управлением методом динамического программирования.....	98
6	Оптимальное распределение участкового времени хода на времена хода по перегонам.....	114
6.1	Аналитический метод оптимального распределения участкового времени хода поезда на времена хода по перегонам.....	114
6.2	Оптимальное распределение участкового времени хода на времена хода по перегонам методом динамического программирования.....	120
6.3	Методика анализа эффективности и «грубости» оптимального распределения участкового времени хода на времена хода по перегонам.....	125
6.4	Анализ оптимального распределения участкового времени хода на примере линии метрополитена.....	128
7	Оптимизация пропускной способности линии по системам обеспечения безопасности движения.....	132
7.1	Потенциальная оценка минимального интервала попутного следования поездов.....	132
7.2	Минимальный интервал попутного следования поездов по системам обеспечения безопасности при фиксированных блок-участках.....	149
	Список литературы.....	160

ВВЕДЕНИЕ

Развитие современных информационных технологий и средств микропроцессорной техники позволяет реализовать новые возможности при построении систем автоматического управления. Быстродействие микропроцессорных систем и наличие большого объема памяти являются необходимыми условиями, обеспечивающим функционирование современных систем управления. В этих условиях возрастает роль теории, позволяющей создавать технически реализуемые законы управления, применение которых диктуется высокими требованиями к качеству работы систем управления. В предложенной читателю книге приведены модель объекта управления – поезда, постановка и решение оптимизационных задач, имеющих большое значение при построении систем автоматического управления движением поездов.

Выбор режимов управления отдельного поезда при заданных времен хода по перегону, скоростных ограничениях, плане и профиле пути, реализуется на базе решения задачи оптимального управления по критерию минимума расхода энергии (топлива). В том случае, когда возможна вариация времени хода по перегону, режимы управления выбираются по критерию минимума приведенных затрат. На базе решения задач оптимизации создаётся алгоритмическое и программное обеспечение бортовых устройств систем автоматического (или автоматизированного) управления движением поезда. Циклическое с определенным тактом решение задачи оптимизации от текущего момента и координаты поезда до конца перегона позволяют компенсировать всегда имеющие возмущения, воздействующие на объект управления.

При создании графика движения поездов возникает задача распределения времени хода поезда по участку на времена хода по перегонам. Если выбран в качестве критерия эффективности этого распределения – минимум расхода энергии на тягу, то получим так же оптимизационную задачу, решение которой приведено в данной книге.

Аналогичная задача возникает в централизованных системах автоматического управления движением поездов, когда центру требуется, зная оставшееся время хода поезда до конца участка, перераспределить его на времена хода по перегонам.

При движении множества поездов по участку необходимо обеспечить такой интервал их попутного следования, чтобы при экстренном торможении впереди идущего поезда, сзади идущий поезд

в режиме служебного торможения смог гарантировано остановиться без столкновения с «хвостом» впереди идущего поезда. Функцию обеспечения безопасности движения выполняют системы интервального регулирования – составная часть систем автоматического управления движением поездов.

Системы интервального регулирования в зависимости от поездной ситуации устанавливают скоростные ограничения для поездов попутного следования, которые должны, безусловно, выполняться системами управления поездами. По существу системы интервального регулирования задают ограничения на управление в зависимости от состояния системы.

Решение задачи выбора минимального допустимого интервала попутного следования для идеальных систем интервального регулирования приведено в данной книге. Результаты решения позволяют оценить эффективность существующих и разрабатываемых систем по отношению к идеальной, используются при разработке алгоритмов централизованного управления движением поездов для учета зависимости ограничений на управление от состояния системы.

Глава I

1 МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ПОЕЗДА

1.1 Уравнение движения поезда

Движение поезда моделируется дифференциальным уравнением, следующим из второго закона Ньютона [1, 2]. При этом поезд представляется как твёрдое тело массой m_n .

$$F_p = m_n \frac{d^2 S}{dt^2}, \quad (1.1)$$

где m_n - приведённая масса поезда (термин «приведённая» будет пояснён ниже), F_p - равнодействующая сил, действующих на поезд, s - координата пути, t - текущее время.

Так как некоторые части поезда (колёсные пары, роторы электродвигателей, редукторы) имеют, кроме поступательного, ещё и вращательное движение, то вводится понятие, приведённой массы m_n :

$$m_n = (1 + \gamma)m, \quad (1.2)$$

где γ - коэффициент инерции вращающихся масс; m – масса поезда.

Значения γ приводятся для каждого типа подвижного состава [2].

В форме Коши дифференциальное уравнение (1.1) имеет вид

$$\frac{ds}{dt} = v, \quad (1.3)$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{F_p}{m_n}, \quad (1.4)$$

где v - скорость движения поезда.

На поезд действуют силы тяги F , торможения B , основного C_0 и дополнительного C_∂ сопротивления движению. Следовательно,

$$\frac{dv}{dt} = \frac{1}{m_n} [F - B - C_0 + C_\delta] \quad (1.5)$$

Основное сопротивление движению C_0 поезда является сопротивлением воздушной среды, внутреннего трения в подвижном составе, сопротивлением, возникающим при взаимодействии подвижного состава и пути. Основное сопротивление зависит от конструкции и технического состояния подвижного состава, верхнего строения пути, скорости и направления ветра. Дополнительное сопротивление движению C_δ поезда – это сопротивление от уклонов и кривых. Зависит оно от профиля и плана пути.

Моделирование движения поезда удобно производить, пользуясь удельными значениями равнодействующей силы f_p .

$$f_p = \frac{F_p}{m}.$$

После ввода понятия удельных сил, система уравнений движения поезда принимает вид

$$\frac{ds}{dt} = v, \quad (1.6)$$

$$\frac{dv}{dt} = \xi \cdot \left[\frac{F}{P+Q} - \frac{B}{P+Q} - w_0 - w_\delta \right], \quad (1.7)$$

где P - масса локомотива или вагонов электропоезда, Q - масса состава или масса пассажиров электропоезда, w_0 - удельное основное сопротивление движению, w_δ - удельное дополнительное сопротивление движению, $\xi = \frac{\varepsilon}{1+\gamma}$, ε - коэффициент, учитывающий размерность переменных заданных в единицах не соответствующих СИ.

Например, коэффициент $\varepsilon = 127$ при действии силы $1 \frac{H}{m}$, при измерении времени в часах, скорости в $\frac{км}{час}$, ускорения в $\frac{км}{час^2}$.

Дифференциальное уравнение движения поезда в координатах пути и скорости получим из (1.6) и (1.7) в виде

$$\frac{dv}{ds} = \frac{\xi}{V} \cdot \left[\frac{F}{P+Q} - \frac{B}{P+Q} - \omega_0 - \omega_d \right] \quad (1.8)$$

В режиме тяги $F > 0$, $B = 0$; в режиме выбега (движение по инерции), когда отключены тяговые двигатели $F = 0$, $B = 0$; в режиме торможения $F = 0$, $B > 0$.

Решая дифференциальное уравнение (1.7) можно найти зависимость скорости от времени $v(t)$ и пути от времени $s(t)$. Решением уравнения (1.8) является функция скорости от пути. В теории тяги [1, 2] эти зависимости называют кривыми движения поезда. В теории оптимального управления движением поезда [3] эти функции называют траекториями движения поезда.

Моделирование движения поезда (тяговые расчёты) производится на ЭВМ с применением численных методов решения уравнения движения.

В работе [4] интегрирование производится по пути методом разложения функции V в ряд Тейлора с сохранением трёх его членов

$$V = V_0 + V' \Delta S + V'' \Delta S^2 / 2, \quad (1.9)$$

где ΔS - шаг интегрирования по пути.

Известны работы, в которых для решения уравнения движения поезда используются метод Рунге-Куты.

Наибольшее распространение при моделировании движения поезда получил метод Эйлера [3]. Метод Эйлера прост в использовании и при малых шагах интегрирования позволяет получить достаточную точность расчётов. Интегрирование уравнения движения поезда может проводиться по пути, по времени, по скорости, в зависимости от поставленной задачи, в которой используется моделирование движения поезда.

Наибольшее распространение в инженерной практике получило интегрирование уравнения движения поезда по пути.

Запишем уравнение (1.8) в виде

$$\frac{dv}{ds} = \frac{K(f-w-b)}{v}, \quad (1.10)$$

где $K = \frac{\varepsilon}{1+\gamma} = \xi$, $f = \frac{F}{P+Q}$, $b = \frac{B}{P+Q}$.

Используя метод Эйлера для решения уравнения (1.10), получим расчётные формулы для определения скорости, времени и пути.

$$V_j = V_{j-1} + \frac{K(f-w-b)}{V_{j-1}} \Delta S \quad (1.11)$$

$$t_j = t_{j-1} + \frac{\Delta S}{0,5(V_j + V_{j-1})} \quad (1.12)$$

$$S_j = S_{j-1} + \Delta S \quad (1.13)$$

где V_j, V_{j-1} - скорости поезда соответственно в конце j -го и $j-1$ -го шагов интегрирования; t_j, t_{j-1} - время хода поезда соответственно к концу j -го и $j-1$ -го шагов интегрирования; S_j, S_{j-1} - путь, пройденный поездом соответственно к концу j -го и $j-1$ -го шагов интегрирования; ΔS - шаг интегрирования по пути.

При расчёте траекторий движения поезда в режиме тяги шаг интегрирования ΔS на метрополитене принимается в диапазоне 1-3 м, на магистральных железных дорогах 10 м. В режиме выбега можно увеличить величину шага интегрирования до 10-20 м.

При интегрировании уравнения движения поезда (1.7) методом Эйлера по времени при введённых в (1.10) обозначениях получаем следующие расчётные формулы

$$t_j = t_{j-1} + \Delta t \quad (1.14)$$

$$V_j = V_{j-1} + K(f-w-b)\Delta t \quad (1.15)$$

$$S_j = S_{j-1} + 0,5(V_j + V_{j-1})\Delta t \quad (1.16)$$

где Δt - шаг интегрирования по времени.

Интегрирование по времени удобно использовать в моделях регулятора скорости и при моделировании процесса реостатного пуска поезда, т.е. там, где моделируется процесс управления с заданным тактом по времени.

Возможно интегрирование уравнения движения поезда по скорости

$$dt = \frac{dv}{K(f - w - b)} \quad (1.17)$$

Используя метод Эйлера, получаем следующие расчётные формулы

$$t_j = t_{j-1} + \Delta V / K(f - w - b) \quad (1.18)$$

$$S_j = S_{j-1} + 0,5(V_j + V_{j-1}) \frac{\Delta V}{K(f - w - b)} \quad (1.19)$$

$$V_j = V_{j-1} + \Delta V \quad (1.20)$$

где ΔV - шаг интегрирования по скорости.

При интегрировании уравнения движения поезда по пути с целью повышения точности моделирования следует проверять, чтобы приращение по скорости на шаге интегрирования не превышало 3-5 км/ч. Для этого на первых шагах интегрирования приходится уменьшать величину шага интегрирования.

Для того чтобы исключить операцию сравнения приращения скорости на шаге интегрирования с величиной 3-5 км/ч и уменьшение шага интегрирования ΔS , на первых шагах можно производить интегрирование по скорости (1.18)-(1.20) с шагом $\Delta V \leq 3 \text{ км / ч}$.

1.2 Моделирование сопротивления движению поезда

Основное удельное сопротивление движению поезда определяется в виде

$$w_0 = \frac{w_{0L}P + w_{0C}Q}{P + Q} \quad (1.21)$$

где w_{0L} - основное удельное сопротивление движению локомотива;
 w_{0C} - основное удельное сопротивление движению состава (вагонов).

Для электропоездов в формуле (1.21) принимается $P = 0$.

Основное удельное сопротивление движению приводится в справочной литературе для каждого типа подвижного состава [4]. Для электроподвижного состава различают сопротивление движению в режиме тяги, включая электрическое торможение, и в режиме выбега [2]. Основное сопротивление движению в режиме тяги меньше чем в режиме выбега на величину механических потерь в тяговых двигателях.

Основное удельное сопротивление движению электровозов и тепловозов определяется по формулам [4]:

в режиме тяги:

$$w_{OT} = 1,9 + 0,01 v + 0,0003 v^2 \quad (1.22)$$

в режиме выбега:

$$w_{OX} = 2,4 + 0,011 v + 0,00035 v^2 \quad (1.23)$$

Основное удельное сопротивление движению электропоездов, например, ЭР1, ЭР2, ЭР9 вычисляется по формулам:

$$w_{OT} = 1,1 + 0,012 v + 0,000267 v^2 \quad (1.24)$$

$$w_{OX} = 1,24 + 0,02 v + 0,000267 v^2 \quad (1.25)$$

Основное удельное сопротивление движению поезда метрополитена определяется по формулам [5]:

$$w_{OT} = 1,1 + 0,0092 \frac{S_{ЭП}}{2(m_g + m_n)n_g} v^2 \quad (1.26)$$

$$w_{OX} = 1 + \frac{26}{2(m_g + m_n)} + 0,01 v + 0,0092 \frac{S_{ЭП}}{2(m_g + m_n)n_g} \quad (1.27)$$

где m_g - масса тары вагона; m_n - масса загрузки вагона пассажирами; n_g - число вагонов в поезде; $S_{ЭП}$ - площадь эквивалентной поверхности состава.

Например, для 7 вагонов в поезде $S_{ЭП} = 47 \text{ м}^2$, для 8 вагонов - 52 м^2 .

Основное удельное сопротивление движению пассажирских вагонов определяется как:

$$w_O = 0,7 + \frac{8 + 0,18 v + 0,003 v^2}{q_0} \quad (1.28)$$

где q_0 - масса, приходящая на ось колесной пары.

Основное удельное сопротивление движению, например, четырехосных грузовых вагонов с роликовыми подшипниками равно

$$w_O = 0,7 + \frac{3 + 0,1 v + 0,0025 v^2}{q} \quad (1.29)$$

Дополнительное удельное сопротивление движению складывается из сопротивления от уклонов w_i и от кривых $w_{кр}$

$$w_O = w_i + w_{кр} \quad (1.30)$$

Дополнительное основное сопротивление движению поезда является непрерывной и дифференцируемой функцией пути, так как сопряжение площадки с уклонами (подъемами и спусками) профиля пути реализуется плавными кривыми, требования к которым строго определены. При численном решении дифференциального уравнения движения поезда профиль пути принято аппроксимировать прямыми линиями. При этом движение на сопрягающих элементах профиля не учитывается. Большой опыт использования результатов тяговых расчётов в различных приложениях показал правомочность такого допущения.

При этом, когда поезд рассматривается как материальная точка, дополнительное удельное сопротивление движению от уклонов (подъемов или спусков) принимается равным величине уклона, т.е. числу тысячных подъема или спуска [4]

$$w_i = i \text{ ‰}$$

Крутизна уклона ‰ измеряется количеством метров изменения высоты, приходящихся на 1 км длины пути. Величина i на подъемах принимается со знаком плюс, на спусках – со знаком минус.

Дополнительное удельное сопротивление движению от кривых на железных дорогах рассчитывается по формуле

$$w_{кр} = 700/R \quad (1.31)$$

где R - радиус кривой в м.

Для метрополитенов

$$w_{кр} = 630/R \quad (1.32)$$

При температурах наружного воздуха ниже $- 25^{\circ}\text{C}$ добавляется дополнительное сопротивление движению, обусловленное низкой температурой, которое приводится в [4] в процентах от величины основного сопротивления. В некоторых ветреных районах добавляется дополнительное сопротивление движению от ветра в процентах от величины основного сопротивления [4].

Уравнение движения поезда решалось в предположении, что вся масса поезда сосредоточена в его центре тяжести и движение поезда рассматривается как движение материальной точки. При этом при решении уравнения движения поезда сопротивление от уклона профиля на шаге интегрирования принималось равное уклону, на котором расположен центр поезда. В действительности, поезд может находиться на нескольких элементах профиля. Поэтому в более точных моделях следует вести расчет с учетом длины поезда и поезд рассматривать как «нерастяжимую нить». При этом допускается, что масса поезда равномерно распределена по его длине.

При моделировании движения с учетом длины поезда удельное сопротивление от уклона пути определяется по следующей формуле

$$i_c = \frac{\sum_{j=j_1}^{j=j_n} i_j l_j}{L_{II}}, \quad (1.33)$$

где i_c - средний уклон пути под поездом; i_j - величины уклонов пути, на которых находится поезд; l_j - длина частей поезда, находящихся на соответствующих уклонах; L_{II} - длина поезда.

Дополнительное удельное сопротивление движению от кривых при модели поезда как «нерастяжимая нить» определяется по формуле

$$w_{кр} = \sum_{j=j_1}^{j=j_m} \frac{A l_j}{R_j L_{II}},$$

где $A=700$ для магистральных железных дорог, $A=630$ для метрополитенов,

R_j - радиус кривой элемента пути l_j , на котором находится поезд, j – номер элемента плана, на котором находится поезд, l_j - длина j -ого элемента плана.

В тяговых расчетах вводятся понятия вредный спуск и крутой подъем [6]. Далее эти понятия используются при определении оптимальных траекторий движения поездов. Вредным (или крутым) списком будем называть элемент профиля перегона, на котором в режиме выбега скорость поезда увеличивается, т.е. на этом элементе профиль $i > w_0$, а следовательно, для поддержания установленной скорости необходимо применять торможение. Крутой подъем – это элемент профиля перегона, на котором при максимальной силе тяги скорость движения поезда уменьшается.

1.3 Моделирование сил тяги и торможения

В процессе моделирования для решения уравнения движения поезда необходимо вычислить силу тяги подвижного состава. Силу тяги подвижного состава определяют по характеристикам двигателей, приведенным в справочной литературе [4]. Характеристиками двигателей называют зависимости между силой тяги или электрического торможения, скоростью, током при номинальном напряжении для различных позиций управления. В зависимости от типа тяговых двигателей и способов управления ими существуют различные методы моделирования характеристик. Различают следующие виды подвижного состава:

- электроподвижной состав с двигателями постоянного тока при дискретном позиционном управлении;
- электроподвижной состав с двигателями постоянного тока с импульсным управлением;
- электроподвижной состав с асинхронными тяговыми двигателями.

Моделирование характеристик электроподвижного состава с дискретным позиционным управлением. Большинство тягового подвижного состава, эксплуатируемого на Российских железных дорогах имеют дискретное позиционное управление силой тяги. В большинстве случаев на тяговом подвижном составе постоянного и переменного тока используются тяговые двигатели постоянного тока. Регулирование силы тяги, следовательно, скорости движения поезда, на подвижном составе с двигателями постоянного тока производится изменением напряжения – путем перегруппирования двигателей (последовательное, последовательно – параллельное и параллельное

соединение), включением резисторов (реостатный пуск), ослаблением магнитного потока [2].

На подвижном составе переменного тока, где используются трансформаторы и выпрямительная установка, изменение напряжения на двигателях производится путем секционирования понижающего трансформатора и с использованием управляемого выпрямителя.

При производстве тяговых расчетов используют тяговые характеристики подвижного состава [4]. Тяговыми характеристиками называются зависимости силы тяги локомотива или двигателя от скорости $F(v)$. На рис. 1.1 приведен примерный вид тяговых характеристик двигателей постоянного тока. Тяговые характеристики приводятся для каждой ходовой позиции управления. Ходовыми позициями называются безреостатные, на которых возможно длительное движение поезда. На рис. 1.1 представлены характеристики при последовательном соединении двигателей (прямая 1), при последовательно – параллельном (кривая 3) и параллельном (кривая 2) позициях уравнивания. На тяговых характеристиках приводятся ограничения: по конструктивной скорости (прямая 6), по мощности (кривая 2), по максимальному току двигателей (прямая 5), по сцеплению колес с рельсами (прямая 4). Кроме того на тяговых характеристиках приводятся зависимости $F(v)$ при всех позициях (ступенях) ослабления возбуждения магнитного потока двигателей, которые на рис. 1.1 не показаны. При вводе информации о тяговых характеристиках в моделях движения поезда зависимости $F(v)$ аппроксимируются полиномом высокой степени (до шестого порядка) или кусочно-линейно.

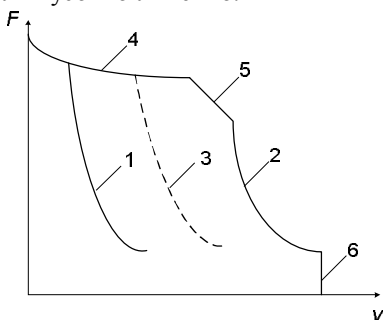


Рис. 1.1 Тяговые характеристики локомотива

Тяговые характеристики приводятся в справочной литературе для номинального напряжения на двигателе. В тех моделях, где требуется рассчитывать траектории движения поезда для любого заданного напряжения в контактной сети, учитывать потери напряжения в контактной сети или в реостатах, использовать зависимости $F(v)$ для номинального напряжения нельзя. В этих случаях используются зависимости магнитного потока двигателя от тока двигателя I_g и номера N ступени ослабления поля двигателя $C\Phi(I_\partial, N)$ где C постоянная величина. Характеристики $C\Phi(I_\partial, N)$ не зависят от изменения напряжения на двигателе [7].

Зависимость $C\Phi(I_\partial, N)$ определяется путем пересчета электромеханических характеристик $v(I_\partial, N)$ для полного поля и всех ступеней ослабления магнитного поля по формуле

$$C\Phi(I_\partial, N) = \frac{U_n - R_\partial(N)I_\partial}{V(N)} \quad (1.34)$$

где U_n - номинальное напряжение на двигателе; $R_\partial(N)$ - сопротивление двигателя на N -ой позиции контролера; $v(N)$ - скорость движения поезда на N -ой позиции контролера.

Для использования характеристик магнитного потока от тока двигателей в моделях движения поездов эти зависимости кусочно-линейно аппроксимируются (рис. 1.2)

$$C\Phi(N) = a_{0z}(N) + a_{1z}(N)I_\partial, \quad (1.35)$$

где $a_{0z}(N)$, $a_{1z}(N)$ - коэффициенты аппроксимации z -го куска характеристики на N позиции управления. При 10 кусочно-линейных отрезках погрешность аппроксимации характеристики не превышает 1%. Напряжение на двигателе U_∂ с учетом падения напряжения на пусковых реостатах равно

$$U_\partial = C\Phi v + [R_\partial(N) + R_c(N)]I_\partial, \quad (1.36)$$

где R_c - сопротивление пусковых реостатов на N -ой позиции управления, приведенное к одному двигателю.

Решая систему уравнений (1.35), (1.36) относительно I_δ , получим формулу для расчета тока двигателей

$$I_\delta = \frac{U_\delta - a_{0z}(N) v}{a_{1z}(N) V + R_\delta(N) + R_c(N)} \quad (1.37)$$

Сила тяги двигателя определяется по электромеханическим характеристикам $F_\delta(I_\delta, N)$, которые практически не зависят от напряжения на двигателе. Для использования этих характеристик в модели движения поезда зависимости $F_\delta(I_\delta, N)$ аппроксимируются кусочно-линейно (рис1.2)

$$F_\delta = b_{0z}(N) + b_{1z}(N)I_\delta \quad (1.38)$$

где $b_{0z}(N)$, $b_{1z}(N)$ - коэффициенты аппроксимации z-го куска характеристики на N-ой позиции управления.

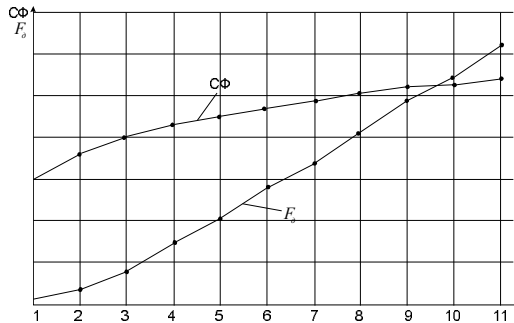


Рис. 1.2 Характеристики двигателя постоянного тока

Расход электроэнергии на тягу поезда определяется следующим образом

$$A = \sum_{j=1}^J U_{\delta j} I_{\delta j} \Delta T_j n_\delta, \quad (1.39)$$

где U_{dj} - напряжение на двигателе на j -ом шаге интегрирования; I_{dj} - ток двигателя на j -ом шаге интегрирования; ΔT_j - время хода на j -ом шаге интегрирования; n_0 - число двигателей на локомотиве или электропоезде; J - число шагов интегрирования в режиме тяги.

Моделирование характеристик электроподвижного состава с импульсным управлением. Тяговый подвижной состав с дискретным позиционным управлением имеет недостатки, связанные с трудностями плавного регулирования скорости. Эти недостатки устраняются при импульсном управлении, при котором обеспечивается плавное без реостатное регулирование напряжения на двигателях. При импульсном управлении тяговые характеристики изображаются не семейством кривых, как при позиционном дискретном управлении, а площадями, лежащими внутри ограничивающих кривых [2] (рис. 1.3).

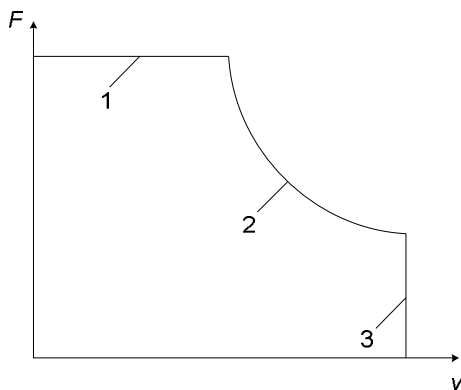


Рис. 1.3 Тяговые характеристики электроподвижного состава с импульсным управлением

Максимальная сила тяги определяется максимально доступным током (кривая 1) или условиями сцепления колес с рельсами. Могут быть ограничения по мощности преобразователей. Имеются ограничения по допустимому ослаблению магнитного поля (кривая 2) и конструктивной скорости (кривая 3). В пределах допустимых ограничений (рисунок 1.3) можно использовать любую силу тяги при моделировании движения поезда.

Моделирование характеристик электроподвижного состава с асинхронными тяговыми двигателями. В последние годы на магистральном транспорте и метрополитенах появился тяговый подвижной состав с асинхронными тяговыми двигателями. В 2004 г. в Москве пущен в эксплуатацию новый вид транспорта – монорельсовая транспортная система с линейными асинхронными тяговыми двигателями. Регулирование режимов работы асинхронного двигателя осуществляется изменением напряжения и частоты с помощью статических преобразователей.

При моделировании движения поезда с асинхронным двигателем расчет силы тяги F_g и тока двигателя I_g производится с учетом загрузки вагона Q путем кусочно-линейной аппроксимации массы вагона $F_g(V, Q)$ [8].

На рис. 1.4 представлены тяговые и токовые характеристики асинхронного тягового двигателя вагона типа 81-740.1/741.1 для трех уровней загрузки вагона.

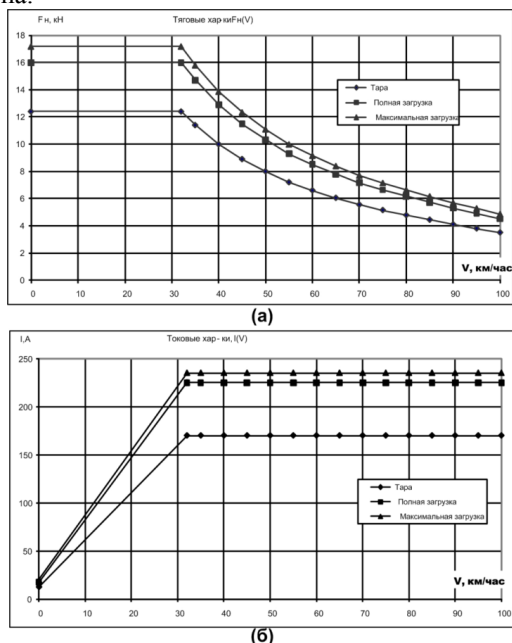


Рис. 1.4 Общий вид тяговых (а) и токовых(б) характеристик двигателя для трех уровней массы загрузки вагона пассажирами

1.4 Моделирование процесса торможения поезда

На подвижном составе магистральных дорог и метрополитенов применяются различные системы торможения. На грузовых вагонах используется механические колодочные пневматические тормоза. На пассажирских вагонах в большинстве случаев применяются пневматические и электропневматические механические колодочные тормоза. На локомотивах и электропоездах наряду с механическими тормозами используется электродинамическое торможение, при этом двигатели переключаются в генераторный режим. В механических тормозах кинетическая энергия поезда превращается в работу трения, при электрическом торможении – превращается в электрическую энергию.

При механическом торможении удельная сила торможения поездов определяется по формуле

$$b = \frac{1000 \varphi_{кр} \cdot K_p \cdot Z \cdot C}{P + 2} \quad (1.40)$$

где $\varphi_{кр}$ - расчетный коэффициент трения колодок; K_p - расчетная сила нажатия тормозных колодок на ось; Z - число осей в поезде; C - коэффициент учета вида торможения; P - масса локомотива; Q - масса вагонов состава.

Расчетный коэффициент трения колодок зависит от материала колодок, приведен в [4], например, для чугунных стандартных колодок равен

$$\varphi_{кр} = 0,27 \frac{v + 100}{5v + 100} \quad (1.41)$$

Расчетная сила нажатия тормозных колодок на ось приведена в [4] для всех типов локомотивов и вагонов. Коэффициент учета вида торможения C принимается равным 1 при экстренном торможении, при остановки поезда на станциях принимается равным 0,5 для грузовых поездов и 0,8 - для пассажирских поездов.

На электроподвижном составе кроме механического торможения используется электрическое торможение. При

электрическом торможении двигателя переключаются в генераторный режим и кинетическая энергия поезда превращается в электрическую, которая может поглощаться специальными реостатами (реостатное торможение) или возвращаться в контактную сеть (рекуперативное торможение).

Сила торможения при электрическом торможении определяется по тормозным характеристикам двигателя $B_{\delta}(v, N)$, приведенным в справочной литературе для каждой позиции управления.

На рис. 1.5 представлен вид тормозных и токовых характеристик при рекуперативном торможении.

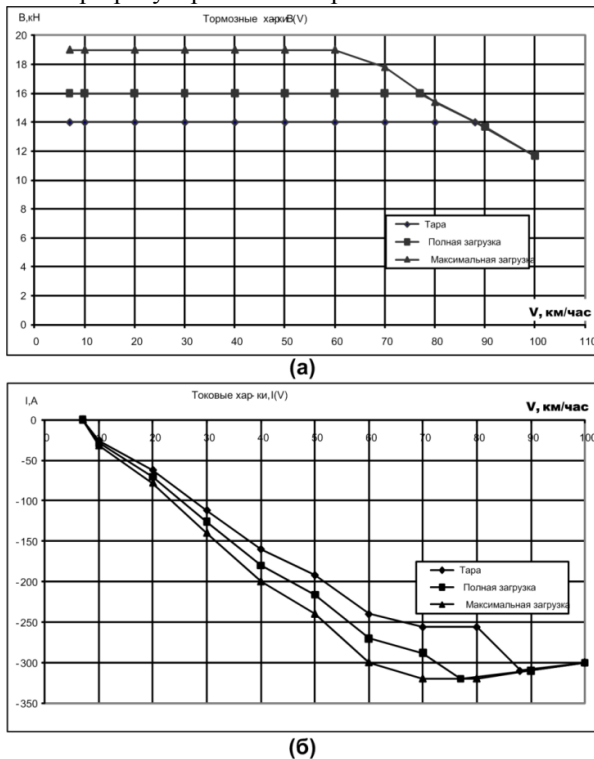


Рис. 1.5 Общий вид тормозных (а) и токовых(б) характеристик двигателя для трех уровней массы загрузки вагона пассажирами

По характеристике $B_{\delta}(v)$ определяется сила торможения и подставляется в уравнение движения поезда для расчета скорости

поезда. По токовым характеристикам $I_o(v)$ при рекуперативном торможении определяется ток рекуперации двигателя I_{pd} .

Количество энергии возвращенной в контурную сеть при рекуперативном торможении определяется выражением

$$A_p = \sum_{m=1}^M U_{cp} I_{эpm} \Delta T_m, \quad (1.42)$$

где U_{cp} - напряжение в контактной сети при рекуперации $I_{эpm}$ - ток при рекуперации на m -ом шаге интегрирования; ΔT_m - время хода на m -ом шаге интегрирования; M - число шагов интегрирования в режиме торможения.

При реостатном торможении сила торможения определяется по тормозным характеристикам двигателя $B_o(v)$.

При моделировании движения поезда, управляемого системой автоведения, возможно использование более простой модели процесса торможения, основанной на законе равнозамедленного движения. Алгоритмы торможения систем автоведения поездов так же стремятся поддерживать заданные величины замедления.

При расчете траектории движения скорость поезда в режиме торможения V_m при остановке на станции рассчитывается по формуле

$$V_m = \sqrt{2a_1 S_{OC1}} \quad (1.43)$$

где a_1 - заданное замедление поезда в режиме прицельного торможения при остановке на станции; S_{OC1} - оставшийся путь до конца перегона.

Скорость V_n начала торможения равна V_m в момент, когда выполняется условие

$$V \geq \sqrt{2a_1 S_{OC1}} \quad (1.44)$$

При этом время движения поезда в режиме торможения будет равно

$$T_m = V_n / a_1 \quad (1.45)$$

При моделировании торможения для снижения скорости перед ограничением скорости

$$V_m = \sqrt{2a_2 S_{OC2} + V_o^2} \quad (1.46)$$

где a_2 - заданное замедление при торможении перед ограничением скорости; S_{OC2} - оставшийся путь до начала ограничения скорости; V_o - допустимая скорость ограничения.

Глава II

2 ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ ПОЕЗДА С НЕПРЕРЫВНЫМ УПРАВЛЕНИЕМ ТЯГОЙ И ТОРМОЖЕНИЕМ

2.1 *Методы решения задач оптимального управление движением поезда. Критерии оптимальности.*

Вопросам выбора энергооптимального управления движением поездов посвящено значительное число работ. В частности, следует отметить исследования Московского государственного университета путей сообщения, в которых разработаны методы выбора оптимального управления движением поезда по критерию минимума расхода энергии на тягу или по критерию минимизации затрат на перевозку по заданному участку. В этих работах использованы различные математические методы решения оптимизационных задач (принцип максимума, дискретный вариант метода динамического программирования и др.). В монографиях [9, 3], обобщены полученные результаты. В исследованиях ВНИИЖТа решение задачи оптимального управления реализовано на базе численной максимизации гамильтониана в постановке задачи принципа максимума [10, 11].

Анализ известных работ, опубликованных в нашей стране и за рубежом [12, 13, 14, 15] показал необходимость решения задачи выбора оптимального управления движением поезда при учете рекуперативного торможения и ограничений на фазовую координату. В работах [9, 3] приведены результаты решения задач оптимального управления подвижным составом без рекуперативного торможения с учетом ограничения на фазовую координату и отдельно управление подвижным составом с рекуперативным торможением без учета ограничений на фазовую координату.

В данной главе ставится и решается задача оптимального управления тяговым подвижным составом с рекуперативным торможением при учете ограничений на фазовую координат. Решение этой задачи базируется на проведенных ранее в МИИТе исследований [9, 3] и является их обобщением.

Современный тяговый электрический подвижной состав использует тяговый привод на асинхронных двигателях, реализующий режим рекуперативного торможения. Внедрение рекуперации

позволяет получить значительную экономию электроэнергии на тягу поездов [16].

Подвижной состав с тяговым приводом на асинхронных двигателях с электрическим тормозом использует цифровые системы управления, разрядность которых велика, что позволяет принимать непрерывным управлением тягой и торможением. Режим торможения реализуется в нужном диапазоне скоростей рекуперативно - реостатным тормозом. В частности, в поездах метрополитена режим рекуперации обеспечивается от максимальной скорости до $v = 7 \frac{\text{км}}{\text{час}}$,

когда $v < 7 \frac{\text{км}}{\text{час}}$ включается электропневматический тормоз. При отсутствии на линии приёмников рекуперативной энергии энергия торможения гасится в поездных реостатах, откуда следует термин «рекуперативно – реостатный тормоз». Существует тяговой подвижной состав, в котором в заданном диапазоне скоростей используется только реостатный тормоз. Для обеспечения условий безопасности движения при отказах в рекуперативно – реостатном и электропневматическом тормозах включается пневматический тормоз.

Под оптимальным управлением движением поезда понимается такой выбор последовательности режимов управления поездом, который обеспечивает минимизацию критерия оптимальности при выполнении всех ограничений накладываемых на параметры движения и условия работы тягового привода.

Под критерием оптимальности понимается количественный показатель, характеризующий принимаемое решение. В данном случае принимаемое решение - выбор управления движением поезда.

За критерий оптимальности можно принять перевозочные затраты на движение поездом по рассматриваемому участку. Эти затраты имеют составляющие, зависящие от выбранных режимов ведения поезда и пропорциональные расходу электроэнергии на тягу, механической работе по преодолению сил сопротивления движению поезда, потерям энергии на торможение и времени движения по перегону.

Если режим ведения поезда на каком-либо перегоне не влияет на условия работы других поездов и других участков, то изменяющаяся часть затрат на перевозки может быть выражена как

$$C_{ПЗ} = c_Э A_Э + c_0 A_0 + c_T A_T + c_Ч T_{ХП} \quad (2.1)$$

где $c_{\text{э}}$ - расходы на единицу затраченной электроэнергии; $A_{\text{э}}$ - расход электроэнергии на тягу; c_{ω} - расходы на ремонт подвижного состава и пути, приходящиеся на единицу работы сил сопротивления движению поезда; A_{ω} - работа сил сопротивления движению; c_T - расходы на ремонт подвижного состава и пути, приходящиеся на единицу работы тормозных сил; A_T - работа тормозных сил; c_q - стоимость одного поезда-часа; $T_{\text{пл}}$ - время прохождения участка.

Для упрощения обычно считают, что расходы на ремонт пропорциональны расходу электроэнергии, тогда

$$C_{\text{ПЗ}} = c_{\text{э}}A_{\text{э}} + c_q T_{\text{пл}} \quad (2.2)$$

Использование критериев (2.1) и (2.2) требует знания коэффициентов $c_{\text{э}}$, c_{ω} , c_T , c_q , характеризующих удельные затраты.

При заданном времени хода поезда по перегону критерием оптимальности может быть выбран расход энергии (топлива) на тягу.

На магистральных железных дорогах и метрополитенах страны эксплуатируется подвижной состав с релейно-контакторным управлением. В этом случае результаты, полученные при условиях непрерывного управления тягой и торможением, могут использоваться только после их изменения, учитывающего дополнительные ограничения, связанные с выбором ходовых позиций и минимизации числа коммутаций релейно-контакторной аппаратуры.

2.2 Постановка задачи оптимального управления.

Дифференциальное управление движением поезда в координатах скорости v и пройденного пути s определяется выражением (1.8).

Рассматривается задача с закрепленными концами: $s(0) = S_H$, $v(0) = v_H$, $s(T_{\text{xn}}) = S_k$; $v(T_{\text{xn}}) = v_k$, где S_H , S_k , v_H , v_k - соответственно начальная и конечная координаты перегона, начальная и конечная скорость, T_{xn} - время хода поезда по перегону. Сила тяги F и торможения B ограничены. Причем максимальные их значения являются функциями скорости, т.е.

$$0 \leq F \leq F_{\text{max}}(v); 0 \leq B \leq B_{\text{max}}(v) \quad (2.3)$$

Величина B определяется действием механического и электрического (в общем случае рекуперативного) тормоза

$$B = B_T + R \quad (2.4)$$

При этом

$$0 \leq B_T \leq B_{max}(v), \quad 0 \leq R \leq R_{max}(v) \quad \text{и} \quad 0 \leq B_T + R \leq B_{\Sigma}(v) \quad (2.5)$$

На перегоне имеются скоростные ограничения

$$0 \leq v \leq V_{max}(s) \quad (2.6)$$

В качестве управления при движении поезда приняты силы тяги и торможения. Ограничения на управление (на максимальные силы тяги и торможение) являются функциями скорости, которая в свою очередь ограничена (так называемые смешанные ограничения). Используя способ из [3] запишем уравнение движения поезда так, чтобы исключить смешанные ограничения:

$$\frac{dv}{ds} = \frac{1}{v} \left[u_f f_{max}(v) - u_b \mathcal{B}_{Tmax}(v) - u_r r_{max}(v) - \omega(v) - g(s) \right] \quad (2.7)$$

$$\text{где } f_{max}(v) = \frac{\xi F_{max}(v)}{P+Q}; \quad \mathcal{B}_{Tmax}(v) = \frac{\xi B_{Tmax}(v)}{P+Q};$$

$$\omega(v) = \xi \omega_0(v); \quad g(s) = \xi g_0(s);$$

Величины u_f, u_b, u_r являются управлениями. Ограничения на управление определяются неравенствами

$$0 \leq u_f \leq 1; \quad 0 \leq u_b \leq 1; \quad 0 \leq u_r \leq 1; \quad u_f u_r = 0; \quad (2.8)$$

Последнее равенство определяется тем, что тяговый привод не может функционировать в режиме тяги и торможения одновременно.

Так как правая часть уравнения (2.7) явно зависит от s , то поезд, как объект управления, является неавтономным.

При заданном T_{xn} – времени хода поезда по перегону в качестве критерия оптимальности выберем расход энергии на тягу

$$A_s = \int_{S_H}^{S_K} \left[\frac{1}{\eta_T} F - \eta_P k_g R \right] ds \quad (2.9)$$

где η_T - к.п.д. в режиме тяги, η_P - к.п.д. в режиме рекуперации, k_g - коэффициент, учитывающий, что часть энергии рекуперации рассеивается на реостатах поезда при отсутствии приемников энергии.

Допустив, что величины η_T, η_P и k_g постоянны, запишем

$$A_3 = \frac{P+Q}{\eta_T \xi} \int_{S_H}^{S_k} [u_f f_{max}(v) - \eta u_r r_{max}(v)] ds, \quad (2.10)$$

где $\eta = \eta_T \eta_P k_e$ - коэффициент возврата энергии рекуперации в сеть.

Рассмотрим две постановки задачи оптимального управления движением поезда по перегону.

Время хода поезда по перегону при выбранной независимой переменной s определяется:

$$T_{ХП} = \int_{S_H}^{S_k} \frac{1}{v} ds \quad (2.11)$$

Первая постановка: для объекта управления поезда, заданного дифференциальным уравнением (2.7), учитывающим наличие рекуперативного торможения, требуется найти такие управляющие воздействия u_f , u_b , u_r , ограничения, на которые заданы выражениями (2.8), чтобы минимизировать критерий оптимальности (2.10) при изопериметрическом ограничении времени хода поезда по перегону $T_{ХП}$ (2.11) и заданным ограничениям (2.6) на фазовую координату – скорость.

Выражение (2.11) является изометрическим условием при решении оптимизационной задачи. Учитывая (2.10), переходим к обобщенному критерию оптимизации

$$J^* = A_3 + \lambda^* T_{ХП}, \quad (2.12)$$

где λ - неопределенный множитель Лагранжа.

Подставив в (2.12) соответствующие выражения (2.10) и (2.11), получаем:

$$J^* = \frac{P+Q}{\eta_T \xi} \int_{S_H}^{S_k} \left[u_f f_{max}(v) - \eta u_r r_{max}(v) + \frac{\lambda}{v} \right] ds, \quad (2.13)$$

где $\lambda^* = \frac{\lambda \eta_T \xi}{P+Q}$.

Рассмотрим математический смысл неопределенного множителя Лагранжа.

Пусть оптимальная в смысле критерия (2.12) зависимость $v(s)$ известна и мы подвергаем ее варьированию.

Поскольку первая вариация функционала на оптимальной траектории равна 0, то

$$dA_{\mathcal{E}} + \lambda^* dT_{XII} = 0, \quad (2.14)$$

где $dA_{\mathcal{E}}$ и dT_{XII} - соответственно вариации работы силы тяги и времени хода.

$$\lambda^* = -\frac{dA_{\mathcal{E}}}{dT_{XII}} \quad (2.15)$$

Т.е. λ является производной зависимости $A_{\mathcal{E}}(T_{XII})$ в том случае, когда работа силы тяги минимальна. Поскольку зависимость $A_{\mathcal{E}}(T_{XII})$ убывающая функция, то $\lambda > 0$.

При непосредственном решении задачи оптимального управления удобней использовать функционал J пропорциональный J^* :

$$J = \int_{S_H}^{S_K} [u_f f_{max}(v) - \eta u_r r_{max}(v) + \frac{\lambda}{v}] ds. \quad (2.16)$$

Вторая постановка: для объекта управления поезда, заданного дифференциальным уравнением (2.7) требуется найти такие управляющие воздействия u_f, u_b, u_r , ограничения на которые заданы выражениями (2.8), чтобы минимизировать критерий оптимальности (2.13) при заданном ограничении (2.6) на фазовую координату-скорость.

Обратим внимание на то, что во второй постановке задачи время хода поезда по перегону не задано.

Критерий приведенных затрат (2.2) после подстановки $A_{\mathcal{E}}$ и T_{XII} соответственно из (2.9) и (2.11) имеет вид:

$$C_{ПЗ} = c_{\mathcal{E}} \int_{S_H}^{S_K} \frac{F(S)}{\eta} dS + c_r \int_{S_H}^{S_K} \frac{dS}{v} = c_{\mathcal{E}} \int_{S_H}^{S_K} \left(\frac{F(S)}{\eta} + \frac{c_r}{c_{\mathcal{E}} v} \right) dS \quad (2.17)$$

Выражение отличается постоянным коэффициентом $c_{\mathcal{E}}$, что не существенно при решении оптимизационной задачи, и заменой λ - неопределенного множителя Лагранжа на множитель $\frac{c_r}{c_{\mathcal{E}}}$. Обозначим его λ_1 .

Отсюда следует, что общий для обеих постановок задач критерий оптимальности определяется выражением (2.12). При первой постановке задачи величина λ не известна. Она находится из условия заданного времени хода поезда $T_{ХП}$ в соответствии с (2.11). При второй постановке задачи величина λ известна, а время хода $T_{ХП}$ определяется при известном λ . Как будет показано ниже, определение λ (при решении первой задачи) и $T_{ХП}$ (при решении второй задачи) не меняют общего хода решения.

2.3 Использование принципа максимума [17]

Будем решать задачу оптимального управления в первой постановке при заданном времени хода.

Рассмотрим применение принципа максимума [18] в формулировке, предложенной А.А. Милютиным и А.Я. Дубовицким для задач с ограничениями, наложенными на фазовые координаты [19]. В начале оговорим возможность использования принципа максимума. Характеристики $f_{max}(v)$, $r_{max}(v)$, $b_{max}(v)$ можно всегда аппроксимировать таким образом, что бы эти функции были непрерывны и дифференцируемы, основное и дополнительное сопротивление движению моделируется непрерывными и дифференцируемыми функциями. Изложенное позволяет использовать принцип максимума. Сразу же заметим, что эти требования необходимы при аналитическом рассмотрении задачи оптимизации. Так как после получения необходимых условий оптимальности аналитическим путем решение задачи построения оптимальной траектории осуществляется численными методами решения дифференциальных уравнений, то на этом этапе решения аппроксимация функций, входящих в правую часть дифференциального уравнения (2.7) реализуется кусочно -линейно (см. главу 1).

Введем новую фазовую переменную x_0 так, чтобы

$$\frac{dx_0}{ds} = u_f f_{max}(v) - \eta u_r r_{max}(v) + \frac{\lambda}{v}, \quad (2.18)$$

где правая часть этого уравнения, в дальнейшем обозначаемая f_0 , является подынтегральным выражением (2.16).

Положив $x_1 = v$, запишем уравнение (2.7)

$$\frac{dx_1}{ds} = f_1, \quad (2.19)$$

где f_1 – правая часть уравнения (2.7).

Так как рассматривается задача с закрепленным правым концом (длина перегона задана), то введем дополнительную фазовую переменную

$$x_2 = s$$

При этом

$$\frac{dx_2}{ds} = 1$$

Гамильтониан для рассматриваемой задачи имеет вид

$$H^* = \psi_0 f_0 + \psi_1 \dot{f}_1 - \mu(s)[v - v_{max}(s)] + \psi_2 = H + \psi_2 \quad (2.20)$$

где H определяется правыми тремя слагаемыми (2.20); ψ_0, ψ_1, ψ_2 – сопряженные функции;

$\dot{\mu}(s) = \frac{d\mu}{ds}$; $\mu(s)$ обладает следующими свойствами: во-первых, она

изменяется только тогда, когда фазовая координата достигает v_{max} ,

во-вторых, она неубывающая функция, т.е. $\dot{\mu}(s) = 0$ при $v < v_{max}(s)$

и $\dot{\mu}(s) > 0$ при $v = v_{max}(s)$.

Так как ψ_2 при определении необходимых условий оптимальности может быть исключена [18].

После подстановки f_0 и f_1 в (2.20) получаем

$$H = \psi_0 \left[u_f f_{max}(v) - \eta u_2 r_{max}(v) + \frac{\lambda}{v} \right] + \psi_1 \frac{1}{v} \left[u_f f_{max}(v) - u_g g_{max}(v) - u_r r_{max} \right. \quad (2.21)$$

$$\left. - \mu(s)[v - v_{max}(s)] \right].$$

Сопряженная система уравнений относительно ψ – функций [20] определяется выражениями

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\psi_0}{ds} = \frac{\partial H}{\partial \alpha_0} = 0 \\ \frac{d\psi_1}{ds} = \frac{\partial H}{\partial v} = -\psi_0 \left[u_f f_{max}(v) - \eta u_r r_{max}(v) - \frac{\lambda}{v^2} \right] - \psi_1 \frac{1}{v^2} \left[u_f f'_{max}(v) - u_g g'_{max}(v) - u_r r'_{max}(v) - \omega'(v) \right] v - \\ \quad \left[u_f f_{max}(v) - u_g g_{max}(v) - u_r r_{max}(v) - \alpha(v) - g(s) \right] - \dot{\mu}(s) \\ \frac{d\psi_2}{ds} = \frac{\partial H}{\partial s} = \frac{\psi_1 g'(s)}{v} \end{array} \right. \quad (2.22)$$

где

$$\begin{aligned} f'_{max}(v) &= \frac{\partial f_{max}}{\partial v}, \quad b'_{max}(v) = \frac{\partial b_{max}}{\partial v}, \quad r'_{max}(v) = \frac{\partial r_{max}}{\partial v}, \quad \omega'(v) = \frac{\partial \omega}{\partial v}, \\ g'(s) &= \frac{\partial g}{\partial s} \end{aligned} \quad (2.23)$$

Причем согласно принципу максимума $\psi_0 < 0$ [21]. Обратим внимание на то, что $g'(s) \neq 0$ только на элементах сопрягающих площадки, подъёмы и спуски. При численном решении дифференциального уравнения (2.7) эти элементы не учитываются (см. главу 1).

Воспользуемся подстановкой [3], упрощающей решение задачи,

$$p = -\frac{\psi_1}{\psi_0 v} \quad (2.24)$$

Тогда, выразив ψ_1 через p и подставив это выражение в (2.17) имеем

$$\begin{aligned} H = -\psi_0 \left[(p-1)u_f f_{max}(v) - (p-\eta)u_r r_{max}(v) - pu_b b_{max}(v) - p\alpha(v) - pg(s) - \frac{\lambda}{v} \right] - \\ - \dot{\mu}(s) [v - V_{max}(s)] \end{aligned} \quad (2.25)$$

Получим далее дифференциальное уравнение для p функции. Дифференцируем (2.24) по s , получаем:

$$\frac{dp}{ds} = -\frac{1}{\psi_0 v^2} \left[\frac{d\psi_1}{ds} v - \frac{dv}{ds} \psi_1 \right]. \quad (2.26)$$

Подставив в (2.26) $\frac{dv}{ds}$ из (2.7) и $\frac{d\psi_1}{ds}$ из (2.22) с учетом того, что $\psi_1 = -\psi_0 v p$ (2.24), получаем:

$$\frac{dp}{ds} = \frac{1-p}{v} u_f f'_{max}(v) + \frac{p-\eta}{v} u_r r'_{max}(v) + \frac{p}{v} u_b b'_{max}(v) + \frac{p}{v} \omega'(v) - \frac{\lambda}{v^3} - \frac{1}{\psi_0 v} \dot{\mu}(s) \quad (2.27)$$

2.4 Оптимальные режимы управления [17]

При фиксированных значениях p , v и s величина гамильтониана является функцией управляющих воздействий u_f , u_b , u_r . В соответствии с принципом максимума необходимо, чтобы выбор u_f , u_b , и u_r был произведен из условия максимума гамильтониана. Очевидно, что для обеспечения максимума H необходимо u_f , u_b , и u_r выбрать равными нулю или единице, если выражения, на которые они умножаются в гамильтониане (2.25), соответственно меньше или больше 0. Если эти выражения равны 0, то u_f , u_b , и u_r могут принимать любые допустимые ограничениями (2.8) значения. Следовательно, для функции $p(s)$ можно выделить ряд диапазонов с различными управляющими воздействиями, обеспечивающими максимум H [3]:

- a* – если $p < 0$, то $u_f = 0$, $u_b = 1$, $u_r = 1$;
- б* – если $p = 0$, то $u_f = 0$, $0 \leq u_b \leq 1$, $u_r = 1$;
- в* – если $0 < p < \eta$, то $u_f = 0$, $u_b = 0$, $u_r = 1$;
- г* – если $p = \eta$, то $u_f = 0$, $u_b = 0$, $0 \leq u_r \leq 1$;
- д* – если $\eta < p < 1$, то $u_f = 0$, $u_b = 0$, $u_r = 0$;
- е* – если $p = 1$, то $0 \leq u_f \leq 1$, $u_b = 0$, $u_r = 0$;
- ж* – если $p > 1$, то $u_f = 1$, $u_b = 0$, $u_r = 0$.

Каждому из рассмотренных диапазонов значений $p(s)$ соответствует определенный оптимальный режим управления поездом. Четыре из них имеют очевидный физический смысл:

а – режим полного торможения рекуперативным и механическим тормозом с максимальной интенсивностью (ТМ);

в – режим полного рекуперативного торможения (РК);

д – режим движения по инерции – выбег (ВБ);

ж – режим движения с максимальной тягой (ТГ).

Режимы б, г, е требуют дополнительного исследования.

В режиме б при $p = 0$, $u_f = 0$ и $u_r = 1$ из уравнения (2.27) следует

$$\frac{dp}{ds} = -\frac{\eta}{v} r'_{max}(v) - \frac{\lambda}{v^3} - \frac{1}{\Psi_0 v} \dot{\mu}(s) \quad (2.28)$$

Если этот режим существует на некотором интервале, то в нем $\frac{dp}{ds} = 0$.

Рассмотрим вначале случай, когда $v < V_{max}(s)$. При этом $\dot{\mu}(s) = 0$ и из

(2.28) при $\frac{dp}{ds} = 0$ следует:

$$-\eta r'_{max}(v) v^2 = \lambda \quad (2.29)$$

Так как $r'_{max}(v) \leq 0$ и $\lambda > 0$, то решения уравнения (2.29) относительно v существует и, следовательно, имеет место режим стабилизации скорости рекуперативным и механическим торможением (СТ). Обозначив эту скорость V_{CT} , получим:

$$\lambda = -\eta r'_{max}(V_{CT}) V_{CT}^2 \quad (2.30)$$

В том случае, когда скорость достигает ограничения $V_{max} \dot{\mu}(s) > 0$, из принципа максимума следует, что значение Ψ_0 всегда отрицательно.

Следовательно,

$$\left(-\eta r'_{max} V_{max} - \frac{\dot{\mu}(s)}{\Psi_0}\right) V_{max}^2 = \lambda \quad (2.31)$$

Поскольку $\psi_0 < 0, \dot{\mu}(s) > 0$, то решение (2.31) существует. Поэтому в режиме (б) происходит движение со скоростью $V_{CT} < V_{max}$ или со скоростью V_{max} .

В режиме г при $p = \eta, u_f = 0, u_b = 0$ из уравнения (2.27) следует

$$\frac{dp}{ds} = \frac{\eta}{v} \omega'(v) - \frac{\lambda}{v^3} - \frac{1}{\psi_0 v} \dot{\mu}(s) \quad (2.32)$$

Если этот режим существует на некотором интервале, то $\frac{dp}{ds} = 0$ и

$$\frac{\eta}{v} \omega'(v) - \frac{\lambda}{v^3} - \frac{1}{\psi_0 v} \dot{\mu}(s) = 0. \quad (2.33)$$

При $v < V_{max}$ получаем $\frac{\eta}{v} \omega'(v) - \frac{\lambda}{v^3} = 0$. Тогда:

$$\lambda = v^2 \eta \omega'(v). \quad (2.34)$$

Т.к. $\omega'(v) = \xi(b + 2cv) > 0$, то решением этого уравнения является скорость V_{CP} :

$$\lambda = V_{CP}^2 \eta \omega'(V_{CP}) \quad (2.35)$$

Этот режим будем называть режимом стабилизации скорости рекуперативным тормозом (СР).

При достижении скорости V_{max}

$$V_{max}^2 \eta \omega'(V_{max}) - \frac{V_{max}^2}{\psi_0} \dot{\mu}(s) = \lambda \quad (2.36)$$

Следовательно, в режиме СР выбирается наименьшая из скоростей V_{CP} или V_{max} .

В режиме е при $p = 1, u_b = 0, u_r = 0$ из уравнения (2.27) следует:

$$\frac{dp}{ds} = \frac{\omega'(v)}{v} - \frac{\lambda}{v^3} - \frac{1}{\Psi_0 v} \dot{\mu}(s) \quad (2.37)$$

Если этот режим существует на некотором интервале, то $\frac{dp}{ds} = 0$ и

$$v^2 \omega'(v) - \frac{v^2}{\Psi_0} \dot{\mu}(s) = \lambda \quad (2.38)$$

При $v < V_{max}$ $\dot{\mu}(s) = 0$ и $v^2 \omega'(v) = \lambda$. Решением этого уравнения является V_C - скорость стабилизации в режиме тяги. Значение λ определяется как:

$$\lambda = V_C^2 \omega'(V_C) \quad (2.39)$$

При достижении максимально допустимой скорости V_{max} :

$$V_{max}^2 \omega'(V_{max}) - \frac{V_{max}^2}{\Psi_0} \dot{\mu}(s) = \lambda \quad (2.40)$$

Решение этого уравнения существует, так как $\omega'(v) > 0$, $\Psi_0 < 0, \dot{\mu}(s) > 0$. Рассмотренный режим называется режимом стабилизации (С), в котором происходит движение с наименьшей из скоростей V_C или V_{max} .

На рис. 2.1 показаны режимы движения на оптимальной траектории в зависимости от значений функции p .

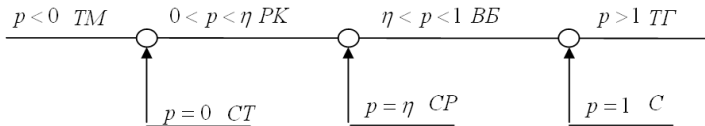


Рис. 2.1 Допустимая последовательность режимов управления в зависимости от функции p

Режимы, их условные обозначения, величины управлений приведены в табл. 2-1.

Таблица 2-1 Совокупность режимов управления на оптимальной траектории

Обозначение	Режим	Управление	Значения p
ТМ	Режим полного торможения с максимальной интенсивностью	$u_f = 0, u_b = 1, u_r = 1;$	$p < 0$
СТ	Режим стабилизации скорости рекуперативным и механическим тормозом	$u_f = 0, u_r = 1, 0 \leq u_b \leq 1;$	$p = 0$
РК	Режим полного рекуперативного торможения	$u_f = 0, u_b = 0, u_r = 1;$	$0 < p < \eta$
СР	Стабилизация скорости рекуперативным тормозом	$u_f = 0, u_b = 0, 0 \leq u_r \leq 1;$	$p = \eta$
ВБ	Выбег – движение по инерции	$u_f = 0, u_b = 0, u_r = 0;$	$\eta < p < 1$
С	Стабилизация скорости в режиме тяги	$0 \leq u_f \leq 1, u_b = 0, u_r = 0;$	$p = 1$
ТГ	Режим полной тяги	$u_f = 1, u_b = 0, u_r = 0;$	$p > 1$

Итак, учет ограничений на фазовую координату показал, что в режимах стабилизации СТ, СР, С выбирается значение скоростей, определяемое выражениями (2.30),(2.35),(2.39), если эти скорости меньше V_{max} . При этом λ определяется как:

$$\lambda = -\eta r'_{max} V_{CT}^2 = V_{cp}^2 \eta \omega'(V_{cp}) = V_c^2 \omega'(V_c) \quad (2.41)$$

Этот результат уже известен в [3]. Дополнительно показано, что в противном случае выбирается V_{max} .

При $v < V_{max}(s)$ из непрерывности функций $p(s)$ следует, что на оптимальной траектории допустима последовательность режимов, приведенная на рис. 2.1. Режимы стабилизации скорости СТ, СР и С могут отсутствовать, так как при $p = 0, p = \eta, p = 1$ непрерывность функции $p(s)$ не нарушается при переходе, например, из режима ТГ в режим ВБ.

Сравним значения скоростей стабилизации при режимах С и СР. При $v < V_{max}(s)$ из выражений (2.35) и (2.39) при $\lambda = \text{const}$ следует:

$$V_C^2 \omega'(V_C) = V_{CP}^2 \eta \omega'(V_{CP}) \quad (2.42)$$

Учитывая ω' , получим

$$V_C^2 \xi(b + 2cV_C) = V_{CP}^2 \eta \xi(b + 2cV_{CP}) \quad (2.43)$$

Так как $\eta < 1$, то $V_{CP} > V_C$. Зависимость $V_{CP}(V_C)$ при нулевом профиле ($g=0$) приведена на рис. 2.2.

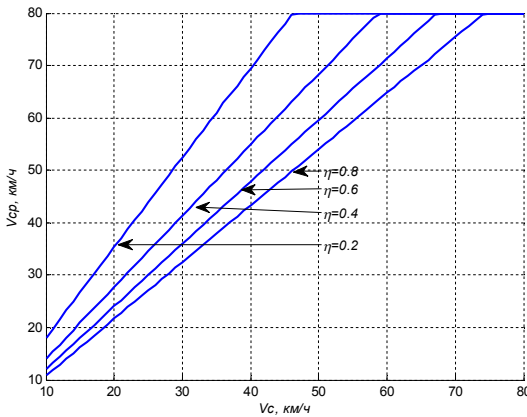


Рис. 2.2 Зависимость скорости стабилизации рекуперативным тормозом от скорости стабилизации

Откуда следует, что при $V_C = V_{max}$ величина $V_{CP} = V_{max}$. При отсутствии режима С, например, на коротких перегонах, возможен режим СР на крутых спусках при $V_{CP} = V_{max}$.

Режим СТ реализуется на сверхкрутых спусках, когда рекуперативный тормоз без механического тормоза не в состоянии развивать режим стабилизации скорости, т.е. когда $-(\omega + g) > r_{max}$.

Очевидно, что режим стабилизации скорости рекуперативным тормозом возможен только на крутых спусках. В иных случаях при $p = \eta$ из непрерывности $p(s)$ при $v < V_{max}$ следует возможность перехода из режима ВБ в режим РК. Соотношение, связывающее скорости V_{PK} , при котором включается рекуперативный тормоз, со скоростью V_C , получим при неизменности уклона пути и $v < V_{max}$ на участке выбега, из

условия постоянства гамильтониана. Значение гамильтониана (2.25) в начале выбега ($p=1, u_f=0, u_b=0, u_r=0, v=V_C$) равно значению гамильтониана в конце выбега ($p=\eta, u_f=0, u_b=0, u_r=0, v=V_{PK}$).

$$\omega(V_C) + g + \frac{\lambda}{V_C} = \eta\omega(V_{PK}) + \eta g + \frac{\lambda}{V_{PK}} \quad (2.44)$$

Так как λ при $v < V_{max}$ определяется выражением (2.39), то из (2.44) получаем уравнение, связывающее V_C и V_{PK} .

$$\omega(V_C) + g + V_C \omega'(V_C) = \eta\omega(V_{PK}) + \eta g + \frac{V_C^2}{V_{PK}} \omega'(V_C) \quad (2.45)$$

Обратим внимание на то, что выражение (2.45) не противоречит (2.42). Режим СР возможен только на крутых спусках. При их отсутствии осуществляется переход из ВБ в РК. Зависимость V_{PK} от V_C приведена на рис. 2.3.

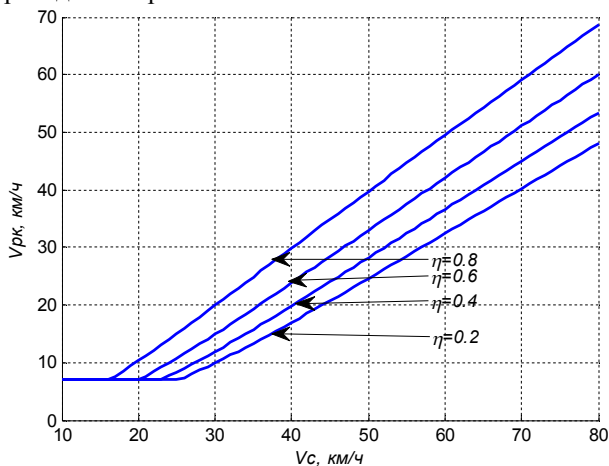


Рис. 2.3 Зависимость скорости начала полного рекуперативного торможения от скорости стабилизации

Если отсутствуют сверхкрутые и крутые спуски, то нет режимов СТ и СР. Из постоянства гамильтониана (2.25) при неизменном уклоне пути получим:

$$\omega(V_C) + g + \frac{\lambda}{V_C} = \frac{\lambda}{V_T} - \eta r_m(V_T), \quad (2.46)$$

где V_T – скорость начала режима ТМ.

Подставим значение λ из (2.39) в (2.46), получаем выражение связывающее V_C и V_T :

$$\omega(V_C) + g + V_C \omega'(V_C) = \frac{V_C^2}{V_T} \omega'(V_C) - \eta r_m(V_T) \quad (2.47)$$

Зависимость $V_T(V_C)$ приведена на рис. 2.4.

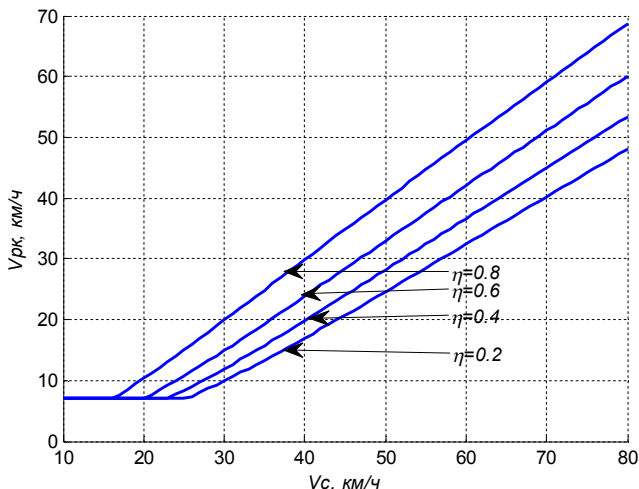


Рис. 2.4 Зависимость скорости начала полного рекуперативного торможения от скорости стабилизации

Решение задачи оптимального управления движением поезда с непрерывным управлением силами тяги и торможения при наличии рекуперативного тормоза с учетом ограничений на допустимую скорость движения позволило получить полную систему соотношений, позволяющих выбирать последовательность режимов управления и строить оптимальную траекторию $v(s)$.

Рассмотрим далее возможные режимы управления на энергооптимальной траектории современного подвижного состава метрополитенов г. Москвы и строящегося метрополитена г. Ханоя. Ускорение поезда выбирается до 1 м/с^2 . Замедление поезда при служебном и прицельном торможении обеспечивается равным 0.8 м/с^2 , при экстренном торможении 1.2 м/с^2 . Имеются ограничения по третьей

производной (по условиям комфорта) $\left| \frac{da}{dt} \right|_{max} < (0.4 \div 0.6) \text{ м/с}^3$ в

зависимости от загрузки.

Поезд метрополитена имеет механические и электрические тормоза. Электрический тормоз обеспечивает управление на всех

перегонах линии метрополитена в диапазоне скоростей $7 \text{ км/ч} \div 90 \text{ км/ч}$. При наличии приемников рекуперативной энергии на линии (поезда, идущие в режиме тяги; накопители энергии), энергия рекуперации потребляется, при отсутствии приемников энергии или в случае, когда не вся энергия рекуперации может быть использована либо аккумулирована, на поезде подключаются реостаты, рассеивающие избыточную энергию торможения (реостатное торможение). В диапазоне скоростей $0 \leq v \leq 7 \text{ км/ч}$ используется электропневматический (механический) тормоз.

Следует отметить, что электропневматический тормоз при неисправности электрического тормоза замещает его во всем диапазоне скоростей. Электропневматический тормоз при ряде неисправностей замещается пневматическим. При исправном подвижном составе в нормальных условиях эксплуатации используется электрическое (рекуперативное и (или) реостатное) и механическое (электропневматическое) торможение. Последнее применяется на низких скоростях при остановке поезда. Очевидно, что распределение энергии торможения между полезно рекуперированной и рассеиваемой в реостатах – случайный процесс. Его можно характеризовать зависимостью $\eta(t)$. В этом случае постановка задачи оптимального управления становится стохастической. Вместе с тем, проведенные в МИИТе исследования показали, что математическое ожидание величины $\bar{\eta}$ может быть принято $0,8$ при отсутствии на линии накопителей энергии. В общем случае $\bar{\eta}$ зависит от линии, размеров движения, схемы тягового энергоснабжения. Анализ характеристик нового подвижного состава 81-740 Московского метрополитена и HR-29 Ханойского метрополитена с учетом реальных уклонов на линиях этих метрополитенов позволяет перечислить следующие режимы управления на оптимальной траектории: РК, СР, ВБ, С, ТГ, ТМ. Режим ТМ используется при остановке поезда в конце перегона, причем при $v < 7 \text{ км/ч}$ функционирует только механический тормоз.

На базе полученных необходимых условий оптимальной траектории $V(S)$ разработан алгоритм, позволяющий получать при заданном времени хода требуемые режимы управления поезда на перегонах. Разработка такого алгоритма является самостоятельной, достаточно сложной задачей. Последовательность её решения следующая: при заданной величине скорости V_c (или однозначно с ней связанной величиной λ) путем интегрирования дифференциальных уравнений движения поезда и p – функции при известных граничных

условиях v и p строится зависимость $v(s)$, получается последовательность режимов управления и определяется время хода. Далее путем итерационной процедуры, изменяя V_c , получаем энергооптимальную траекторию, соответствующую заданному времени хода.

Примеры энергооптимальных траекторий для ряда перегонов Московского и строящегося Ханойского метрополитена приведены на рис. 2.5-2.8.

На рис. 2.5 изображена траектория движения поезда для перегона «Б-р Адмирала Ушакова-Ул. Горчакова» Буговской линии Московского метрополитена. Особенностью найденных режимов является наличие режима стабилизации рекуперацией (СР) между режимами выбега (ВБ), что вызвано наличием крутого уклона и заданным временем хода. Механический тормоз, соответствующий режиму ТМ, включается в момент достижения скорости поезда 7 км/ч.

На рис. 2.6. изображена траектория для перегона «Ул. Старокачаловская-Ул. Скобелевская». После выезда поезда из-под первого ограничения скорости, равного 35 км/ч, включается дополнительное включение тяги до достижения скорости следующего ограничения скорости.

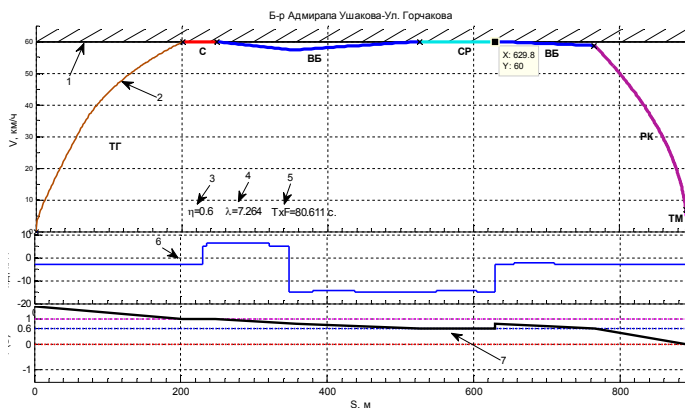


Рис. 2.5 - Энергооптимальная траектория движения на перегоне «Б-р Адмирала Ушакова-Ул. Горчакова» Московского метрополитена. Цифрами обозначено: 1 –ограничение скорости; 2 – зависимость скорости движения поезда от пути; 3 – коэффициент возврата электроэнергии в сеть; 4 –значение λ ; 5 –время хода; 6 –зависимость дополнительного сопротивления движению от пути; 7 - зависимость значения функции p от пути.

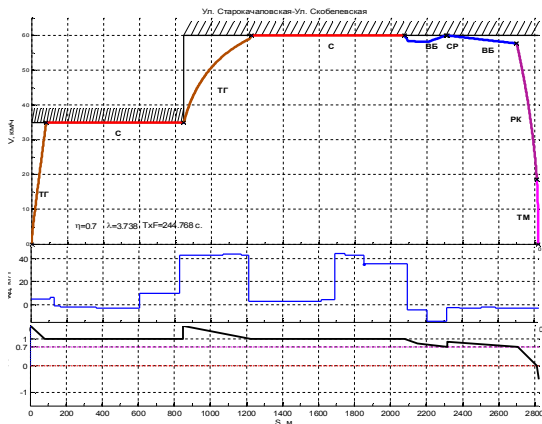


Рис. 2.6 - Энергооптимальная траектория движения на перегоне «Ул. Старокачаловская-Ул. Скобелевская»

На рис. 2.7 изображена траектория для перегона строящегося метрополитена г. Ханоя DHQG-NPSac. Как видно из графика режим ТМ был задействован на скорости 28 км/ч, что обусловлено динамикой изменения функции $p(s)$ и небольшим коэффициентом возврата электроэнергии в сеть ($\eta=0,4$).

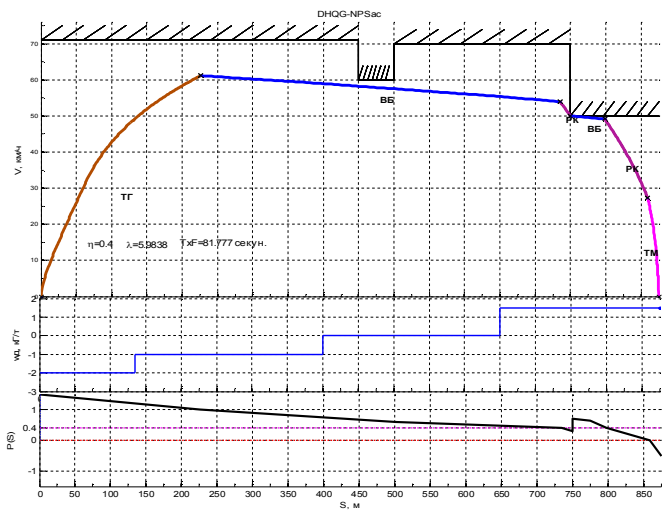


Рис. 2.7 - Энергооптимальная траектория движения на перегоне «DHQG-NPSac»

На рис. 2.8 изображена траектория для перегона VanMieu-gaHN. Для выполнения заданного времени хода и всех условий энергооптимальной траектории потребовалось множественное включение тяги при выезде из-под ограничений. На участке с крутым уклоном потребовалось включение режима СР.

Получены энергооптимальные траектории движения в диапазоне времен хода от $T_{\text{хмин}}+5$ с. до $T_{\text{хмин}}+k5$ с, где $k=1\div 6$, для линии Ханойского метрополитена и Бутовской линии Московского метрополитена.

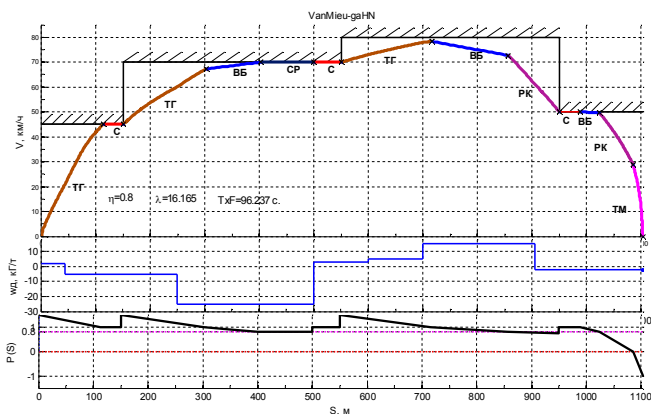


Рис. 2.8 - Энергооптимальная траектория движения на перегоне «VanMieu-gaHN»

Таким образом, при выборе оптимального управления в соответствии с первой постановкой задачи, задаются величиной λ , по разработанному алгоритму находят энергетически оптимальную траекторию $v(s)$, определяют время хода поезда $T_{\text{ХП}}$, а затем, изменяя λ в соответствии с определённой итерационной процедурой, изменяют λ таким образом, чтобы получить заданное время хода поезда по перегону $T_{\text{ХП}}$.

При второй постановке задачи величина λ известна. Следовательно, построение оптимальной траектории и расчет времени хода $T_{\text{ХП}}$ осуществляется также как в предыдущем случае.

2.5 Структура оптимальной траектории и допустимые переключения оптимальных режимов

Под структурой оптимальной траектории понимается последовательность оптимальных режимов управления. Для получения структуры оптимальной траектории необходимо рассмотреть переключения режимов управления и определить условия существования этих переключений. Методика определения переключений была рассмотрена в [22] для подвижного состава, не оборудованного рекуперативным тормозом. В данной работе рассмотрен подвижной состав, оборудованный рекуперативным тормозом. Так как число оптимальных режимов, как показано выше, равно 7, то всего между ними может производиться $7 * 6 = 42$ переключений. Возможность существования каждого такого переключения на оптимальной траектории зависит от того, находится ли точка переключения внутри допустимого фазового пространства (т. е. $v < V_{max}$) или на его границе (т. е. $v = V_{max}$), а также от характера изменения $V_{max}(s)$ в точке переключения. В связи с этим можно выделить четыре возможных случая:

- скорость в момент переключения меньше максимальной: $v < V_{max}$;
- скорость равна максимальной, причем в точке переключения величина $V_{max}(s)$ не изменяется: $v = V_{max}$, $dV_{max} = 0$;
- скорость равна максимальной, причем в точке переключения величина $V_{max}(s)$ возрастает: $v = V_{max}$, $dV_{max} > 0$;
- скорость равна максимальной, причем в точке переключения величина $V_{max}(s)$ убывает: $v = V_{max}$, $dV_{max} < 0$.

Таким образом, для определения условий всех возможных переключений следует рассмотреть $42 * 4 = 168$ различных случаев.

Вначале анализ допустимых переключений начнем с первого случая $v < V_{max}(s)$.

Ограничение на число переключений режимов следует из непрерывности функции $p(s)$. Все переключения режимов ТГ, С, ВБ из одного в другой возможны только при $p=1$, а режимов ВБ, СР, РК при $p=\eta$, и режимов РК, СТ, ТМ при $p=0$. Переключения ТГ↔ТМ, ТГ↔РК, ТГ↔СТ, ТГ↔СР, ВБ↔ТМ, ВБ↔СТ, С↔ТМ, С↔СТ, С↔РК, С↔СР, СР↔СТ, СР↔ТМ невозможны, так как они должны сопровождаться скачком $p(s)$. Итак, при $v < V_{max}(s)$ получим общий граф возможных переключений оптимальных режимов, представленный на рис. 2.9. Далее будут подробно показаны условия допустимых переключений.

Виды оптимальных траекторий для разных условий движения показаны на рис. 2.10, 2.12, 2.13, 2.15, 2.17, 2.19, 2.22. Штриховая линия на рисунках представляет значения р-функция. Сплошная линия - оптимальная траектория $v(s)$.

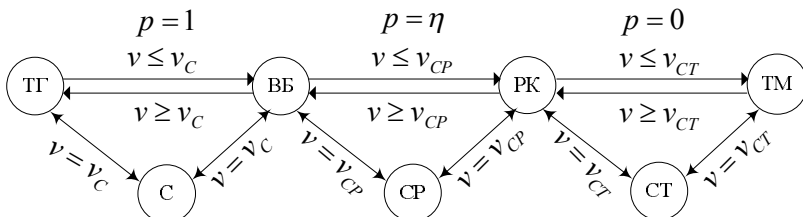


Рис. 2.9 Общий граф переключений оптимальных режимов при $v < V_{max}(s)$

Рассмотрим условия существования переключений на оптимальной траектории при $v < V_{max}(s)$. Переключение ТГ→С и С→ТГ осуществляется при $p=1$ и $v = V_C$. Последнее может иметь место перед крутым подъемом. Переключение ВБ→С и С→ВБ реализуемы при $p=1$ и $v = V_C$. Последнее имеет место перед крутым спуском. Переключение ТГ→ВБ осуществляется при $p=1$, когда $u_r=0, u_b=0$. В этом случае справедливо соотношение (2.37). С другой стороны при этом $dp/ds \leq 0$, т. е. $v^2 \omega'(v) \leq \lambda$. Учитывая соотношение (2.39), определяющее V_C , получим что в точке переключения $v \leq V_C$. Этот случай, соответствующий отсутствию фазы стабилизации скорости в режиме тяги на рассматриваемом отрезке оптимальной траектории. Перейдем к переключению ВБ→ТГ. В точке переключения $u_r=0, u_b=0$ и $p=1$. Тогда в силу (2.37)

$$\frac{dp}{ds} = \frac{1}{v^3} [v^2 \omega'(v) - \lambda] \geq 0$$

Отсюда, с учетом (2.39), следует условие $v \geq V_C$, которому должна удовлетворить скорость в точке переключения ВБ→ТГ. Это переключение может иметь место, например в конце перегона, когда заданная скорость $v_K \geq V_C$. Такой случай соответствует безостановочному проследованию некоторой координаты пути. Это переключение может возникать на коротком перегоне при наличии крутых подъемов.

Переключение ВБ→СР и СР→ВБ осуществляется при $p = \eta$ и $v = V_{CP}$. Этих переключения могут иметь место лишь при наличии крутых спусков внутри спуска, т. е. когда $0 \leq -(\omega + g) \leq r_{max}$

Переключение РК→СР и СР→РК реализуемы при $p=\eta$ и $v=V_{CP}$. Два этих переключения тоже могут реализоваться при наличии круглых спусков на рассматриваемом перегоне.

В точке переключения ВБ→РК имеем $p=\eta$ и $u_f=0$, $u_b=0$. В этом случае справедливо соотношение (2.37) и обратим вниманием $\dot{\mu}(s) = 0$, тогда получим

$$\frac{dp}{ds} = \frac{1}{v^3} [\eta v^2 \omega'(v) - \lambda]$$

С другой стороны при этом $dp/ds \leq 0$, т. е. $\eta v^2 \omega'(v) \leq \lambda$. Учитывая соотношение (2.35), определяющее V_{CP} , получим, что в точке переключения $v \leq V_{CP}$. Этот случай соответствует отсутствию режима полного рекуперативного торможения на рассматриваемом отрезке оптимальной траектории. Перейдем к переключению РК→ВБ. Это переключение осуществляется при $p = \eta$ и $u_f=0$, $u_b=0$. При этом $dp/ds \geq 0$ и с учетом (2.35) легко получить условие переключения $v \geq V_{CP}$.

Переключения РК→СТ и СТ→РК, СТ→ТМ и ТМ→СТ осуществляются при $p=0$ и $V = V_{CT}$. Эти переключения реализуемы только при наличии сверхкрутых спусков, т.е. когда $-(\omega + g) > r_{max}$. Перейдем к переключению РК→ТМ. В точке переключения $u_f=0$, $u_r=1$ и $p=0$, получим

$$\frac{dp}{ds} = -\frac{1}{v^3} [\eta v^2 r'_{max}(v) + \lambda]$$

С другой стороны при этом $dp/ds \leq 0$, т. е. $-\eta v^2 r'_{max}(v) \leq \lambda$. Учитывая соотношение (2.30), определяющее V_{CT} , получим, что в точке переключения $v \leq V_{CT}$.

Переключение ТМ→РК осуществляется при $u_f=0$, $u_r=1$ и $p=0$. При этом $dp/ds \geq 0$ и с учетом (2.30), получим условие переключения $v \geq V_{CT}$.

Исходя из полученных результатов, можно представить структуру оптимальной траектории для каждого конкретного перегона. Вначале рассмотрим простейший случай: перегон с “легким” профилем (без круглых подъемов и “вредных” спусков) при $v < V_{max}(s)$. В зависимости от граничных условий V_H и V_K (скорость поезда в начале и конце перегона), длина перегона и времени хода имеется пять основных вариантов структуры оптимальной траектории:

- а). ТГ-С-ВБ-РК-ТМ
- б). ТГ-ВБ-РК-ТМ
- в). ТГ-С-ВБ
- г). ТГ-С-ВБ-РК
- д). ВБ-С-ВБ-РК-ТМ

Четыре варианта (а), (б), (в) и (г) получены при $V_H < V_C$. Вариант (б) обычно имеет место на коротких перегонах. А вариант (в) и (г) можно реализовать при въезде на станцию, в этом случае V_K - задано ограничением скорости, $V_K > 0$. Вариант (д) возникает если $V_H > V_C$. На рис. 2.10 представлены структуры оптимальной траектории с “легким” профилем при $v < V_{max}(s)$.

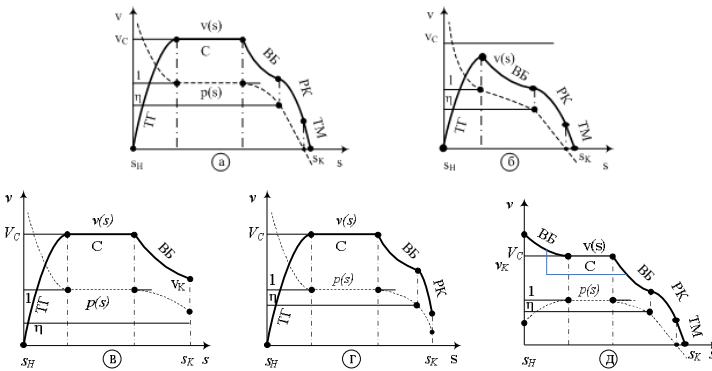


Рис. 2.10 Структуры оптимальной траектории с “легким” профилем при $v < V_{max}(s)$

Граф возможных переключений оптимальных режимов на перегонах с “легким” профилем, показан на рис. 2.11.

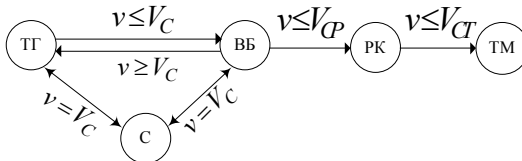


Рис. 2.11 Допустимые переключения оптимальных режимов на перегонах с “легким” профилем при $v < V_{max}(s)$

Более сложной структура оптимальной траектории оказывается на перегонах с “тяжелым” профилем, когда имеются крутые подъемы и спуски.

Напомним, что на крутом подъеме скорость поезда уменьшается при $u_f=1$, т. е. при максимальном тяговом усилии. В этом случае на оптимальной траектории входит дополнительный участок тяги, который может прерывать, например, участок стабилизации (см. рис. 2.12 а).

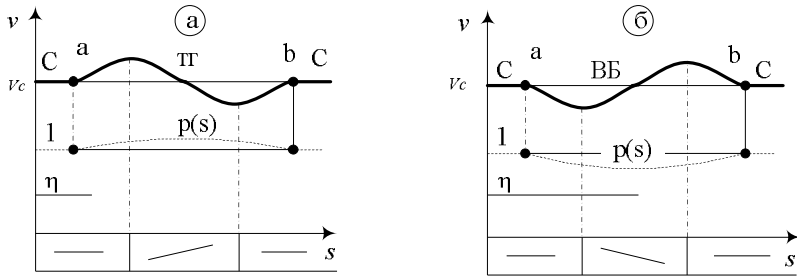


Рис. 2.12 Дополнительные участки тяги (а) и выбега (б) на оптимальной траектории

Рассмотрим далее случай, когда режим ТГ прерывает режим стабилизации в окрестностях крутого подъема (рис. 2.12.а). Зададимся координатой s_a начала режима ТГ. Решаем систему дифференциальных уравнений (2.7) и (2.27) при следующих начальных условиях $v(a)=V_C$, $p(a)=1$. При решении система уравнений принимается в (2.27) при $\dot{\mu}(s)=0$, так как $v < V_{max}(s)$, величина λ рассчитывается по формуле (2.39) при известной скорости стабилизации V_C . Если окажется, что в точке с координатой s_b скорость поезда равна V_C , а функция $p(b)=1$, то построенная траектория является оптимальной (оптимальное условие режима тяги $p > 1$). В противном случае следует изменить координату s_a до тех пор, пока не выполниться это условие.

Отметим, что на крутом спуске в режиме выбега скорость поезда увеличивается. Сейчас проанализируем случай, когда режим выбега прерывает в окрестности крутого спуска режим стабилизации (рис. 2.12.б). При этом длина крутого спуска такова, что скорость поезда не достигает $V_{max}(s)$. Зададимся координатой s_a начала выбега. Решаем систему дифференциальных уравнений (2.7) и (2.27) при следующих

начальных условиях $v(a) = V_C$, $p(a) = 1$. При решении система уравнений принимается в (2.27) $\dot{v}(s) = 0$, так как $v < V_{max}(s)$, величина λ рассчитывается по формуле (2.39) при известной скорости стабилизации V_C . Если окажется, что в точке с координатой s_b скорость поезда равна V_C , а функция $p(b) = 1$, то построенная траектория является оптимальной (оптимальное условие режима выбега $\eta < p < 1$). В противном случае следует изменить координату s_a до тех пор, пока не выполниться это условие.

Согласно анализу выше, на перегонах $0 \leq -(\omega + g) \leq r_{max}$, то на оптимальной траектории можно добавить участок режима СР. В этом случае переключения ВБ→СР и СР→ВБ могут лишь иметь место внутри крутого спуска и возможна следующая последовательность режимов на оптимальной траектории С→ВБ→СР→ВБ→С (рис. 2.13.а). При наличии второго крутого спуска на перегоне возможно существование на оптимальной траектории последовательности режимов С→ВБ→СР→ВБ→СР (рис. 2.13.б).

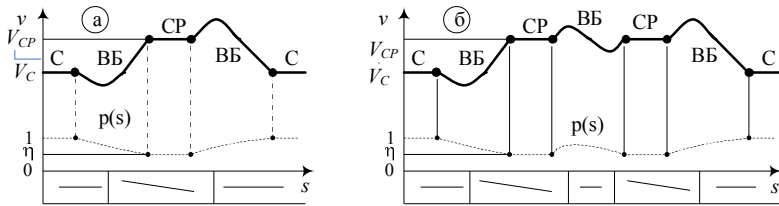


Рис. 2.13 Структуры оптимальной траектории при существовании режима СР

Когда $0 \leq -(\omega + g) \leq r_{max}$, из уравнений (2.7) и (2.27) в режиме РК, получим

$$\frac{dv}{ds} = \frac{1}{v} [-r_{max}(v) - \omega(v) - g(s)] \quad (2.48)$$

$$\frac{dp}{ds} = \frac{-(\eta - p)v^2 r'_{max}(v) + pv^2 \omega'(v) - V_C^2 \omega'(V_C)}{v^3} \quad (2.49)$$

Означает, что скорость поезда в режиме РК только уменьшается от начальной скорости рекуперации тормоза V_{PK} . Если $V_{PK} \leq V_C$ по уравнению (2.49), то $dp/ds < 0$, т. е. р-функция попадет от λ до 0.

Следовательно, единственный режим ТМ может следовать за режимом РК на оптимальной траектории. Когда $V_{PK} > V_C$, то вначале р-функция увеличивается. Если это не происходит, то нет удовлетворения оптимального условия для режима РК (т.е. $0 < p < \eta$). Если вначале р-функция уменьшается, значение р-функция попадет от λ до 0. Итак, при наличии крутого спуска и $v < V_{max}$ переключении РК→ВБ, РК→СР и ТМ→РК невозможны. Последнее переключение не может реализоваться, так как оно должно сопровождаться скачком $p(s)$. Действительно, на границе перехода режимов ТМ и РК $dp/ds < 0$, скорость поезда в режиме уменьшается, следовательно при переходе из режима ТМ в режим РК р-функция должна увеличиться скачком от значений $p < 0$ до $p = 0$. Очевидно, что механическое (электропневматическое) торможение используется лишь в конце перегона на низких скоростях при остановке поезда. Граф переключения в этом случае представлено на рис. 2.14.

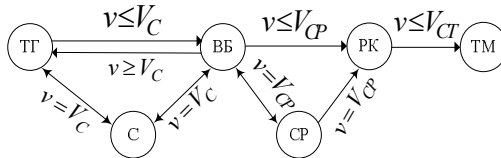


Рис. 2.14 Допустимые переключения оптимальных режимов на крутом спуске и вредном подъеме при $v < V_{max}(s)$

На перегонах удовлетворение условия $-(\omega + g) > r_{max}$ означает наличие сверхкрутого спуска. При этом, согласно уравнению (2.48), скорость поезда в режиме РК увеличится. Внутри сверхкрутого спуска выполняется режим стабилизации скорости рекуперативным и механическим тормозом (СТ), также в окрестности сверхкрутого спуска используется режим полного рекуперативного торможения (РК), так как на сверхкрутых спусках даже полное рекуперативное торможение не в состоянии обеспечить поддержание постоянной скорости. Исходя из непрерывности р-функция получим последовательность режимов на оптимальной траектории $C \rightarrow ВБ \rightarrow РК \rightarrow СТ \rightarrow РК \rightarrow ВБ \rightarrow C$ (рис.2.16.а). или $C \rightarrow ВБ \rightarrow РК \rightarrow СТ \rightarrow РК \rightarrow СР \rightarrow ВБ \rightarrow C$ (рис. 2.16.б).

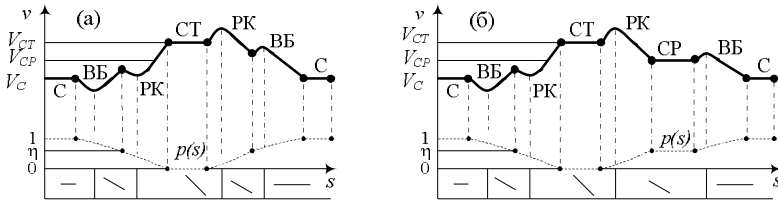


Рис. 2.15 Возможные переключения режимов на оптимальной траектории при наличии сверхкрутого спуска

При $v < V_{max}$ и наличии сверхкрутого спуска в реальном эксплуатации переключения ТМ→СТ и ТМ→РК невозможны, так как режим ТМ следует только за режимами СТ или РК, т. е. на границе перехода режимов СТ→ТМ или РК→ТМ. Поэтому $v \leq V_{CT}$. Однако на границе перехода режимов ТМ→СТ и ТМ→РК должно выполняться условие $v \geq V_{CT}$, что невозможно, поскольку скорость поезда всегда уменьшается в режиме ТМ. Следовательно, получим фактический граф возможных переключений оптимальных режимов, представленный на рис. 2.16.

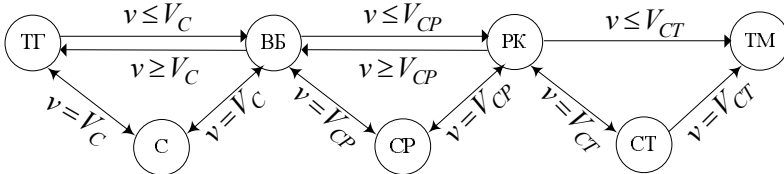


Рис. 2.16 Допустимые переключения оптимальных режимов на сверхкрутом спуске и вредном подъеме при $v < V_{max}(s)$

Рассмотрим далее структуры оптимальных траекторий при постоянном ограничении скорости на рассматриваемом перегоне, т. е. $V_{max}(s) = const, dV_{max} = 0$.

Анализ, аналогично выше приведенному показывает, что переключения ТГ→С, ТГ→ВБ, С→ВБ также как при $v < V_{max}(s)$ происходят при $p(s) = 1$ и на границе фазового пространства, т.е. при $v = V_{max}$. При этих переключениях изменение функции $p(s)$ не сопровождается скачком (см. рис. 2.17.а, б, д, е).

Когда $0 \leq -(\omega + g) \leq r_{max}$, режим стабилизации скорости рекуперативным тормозом может быть реализован только на крутом спуске после режима ВБ. Значит координата точки переключения

ВБ→СР при достижении скорости V_{max} (и $dV_{max}=0$) находится на крутом спуске (обозначен $s \in C$) и также $v_{CP} \geq V_{max}$. Режим полного рекуперативного торможения РК на оптимальной траектории при $v=V_{max}$, $dV_{max}=0$ может следовать за режимами СР и ВБ (см. рис. 2.17. д, е). Координата точки переключения находится на крутом спуске.

Режим стабилизации скорости в режиме тяги С на оптимальной траектории может следовать за режимами СР, ВБ, ТГ. Переключение СР→С возможно при $v=V_{max}$, $dV_{max}=0$ в конце крутого спуска (обозначен $s=KC$). При этом р-функция изменяется скачком от $p=0$ до $p=1$ (см. рис. 2.17. б, в). Переключение ВБ→С имеет место в конце крутого спуска. В этом случае скорость $V_C \geq V_{max}$, т. е. режим С реализует постоянство максимально допустимой скорости. Функция $p(s)$ терпит разрыв в точке переключения (см. рис. 2.17 д). Переключение ТГ→С может быть реализована при достижении поезда максимально допустимой скорости V_{max} (т. е. $V_C \geq V_{max}$). При этом переключении функция $p(s)=1$ (см. рис. 2.17. а).

Режим выбега ВБ оптимальной траектории при $v=V_{max}$, $dV_{max}=0$ может следовать за СР, С и ТГ. Переключение СР→ВБ (см. рис. 2.17.в, з) может быть реализовано в конце крутого спуска. Функция $p(s)$ терпит разрыв. Переключение С→ВБ на оптимальной траектории при $v=V_{max}$, $dV_{max}=0$ реализуемо при скорости поезда, равной V_{max} (см. рис. 2.17. б, в, д, е, ж). Переключение ТГ→ВБ на оптимальной траектории и $dV_{max}=0$ реализуемо при достижении поездом в режиме ТГ максимально допустимой скорости. Значение р-функции в точке переключения равно 1 (см. рис. 2.17.а).

Режим полной тяги ТГ на оптимальной траектории при $dV_{max}=0$ может следовать за режимом С в начале крутого подъема к которому поезд подходит в режиме С со скоростью, равной V_{max} (обозначен $s=НП$). Функция $p(s)$ в точке переключения изменяется скачком (см. рис. 2.17.л).

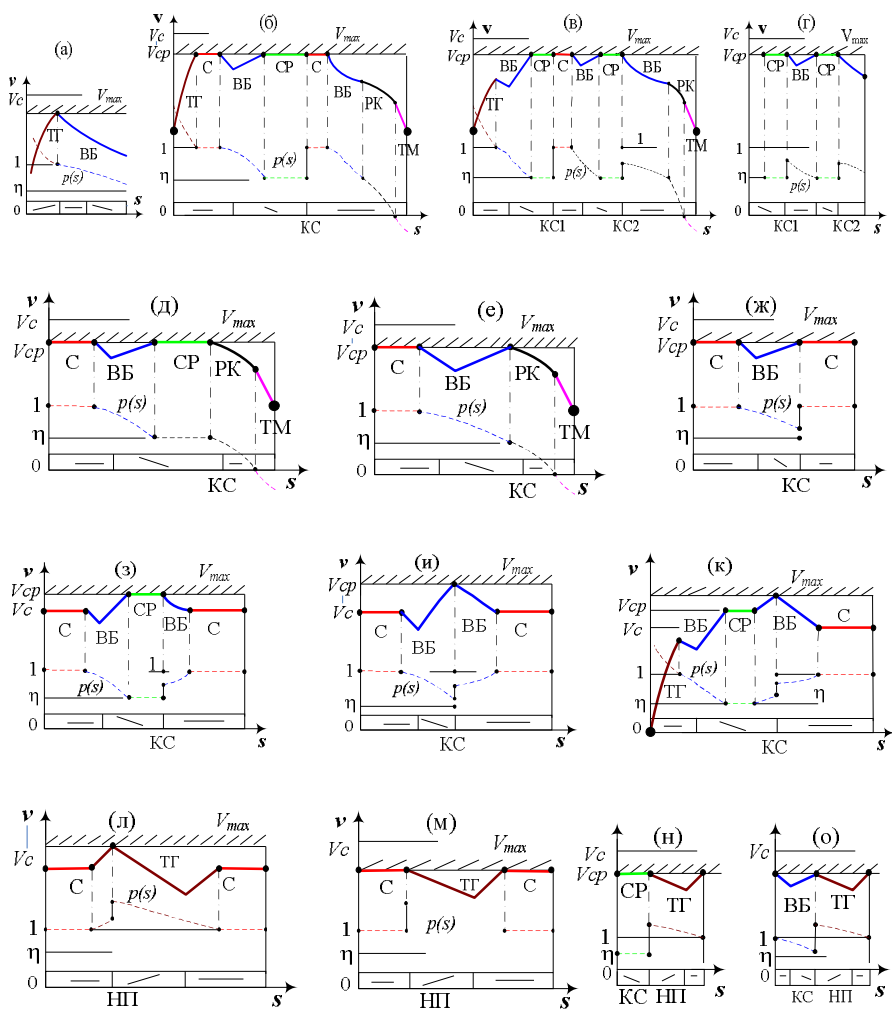


Рис. 2.17 Структура оптимальных траекторий при $v = V_{max}, dV_{max} = 0$

Отметим, что на крутом спуске режим ВБ может быть разделен на два участка оптимальной траекторий: влево и вправо от окончания крутого спуска (КС). Функция $p(s)$ терпит разрыв в точке (см. рис. 2.17.з, и) в точке достижения максимальной скорости (совпадает с точкой КС). Аналогично для режима ТГ на крутом подъеме, в точке достижения максимально допустимой скорости V_{max} р-функция изменяется скачком. Режим ТГ включает два участка оптимальных траекторий: влево и вправо от начинания крутого подъема (НП) (см. рис. 2.17. л, м). Кроме того, режим ТГ может следовать за режимом СР или ВБ, если удовлетворяются условия $s=КС=НП$ и $V_{CP} \geq V_{max}$ (или $V_C \geq V_{max}$ - для перехода ВБ→ТГ) (см. рис. 2.17. н, о).

Когда $0 \leq -(\omega + g) \leq r_{max}$ и $v = V_{max}, dV_{max} = 0$, получим граф возможных переключений оптимальных режимов, представленный на рис. 2.18

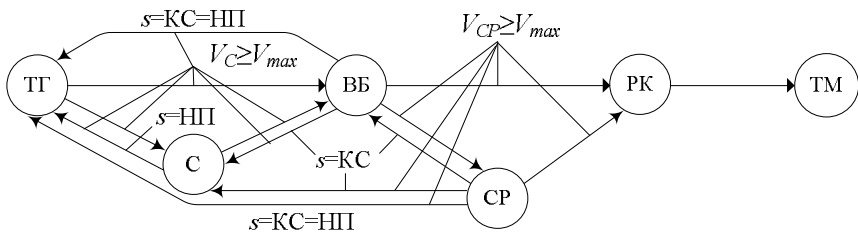


Рис. 2.18 Переключений оптимальных режимов на крутом спуске и крутом подъеме при $v = V_{max}, dV_{max} = 0$

При наличии сверхкрутого спуска на рассматриваемом перегоне, т. е. $-(\omega + g) > r_{max}$, существует режим СТ. Тогда структура оптимальной траектории на участке с постоянным ограничением скорости приведена на рис. 2.19.

Анализ допустимых переключений в этом случае показывает, что переключения СТ→СР, СТ→ВБ, СТ→С могут быть реализованы в конце сверхкрутого спуска (обозначен $s=КСв$). Также р-функция сопровождается скачком (см. рис. 2.19.а, б, в). Переключения СТ→ТМ, СТ→РК имеют место только на сверхкрутом спуске (см. рис. 2.19.г, д). В точке переключения режимов СТ→ТМ изменение функции $p(s)$ не сопровождается скачком, а в точке переключения режимов СТ→РК р-функция претерпит разрыв.

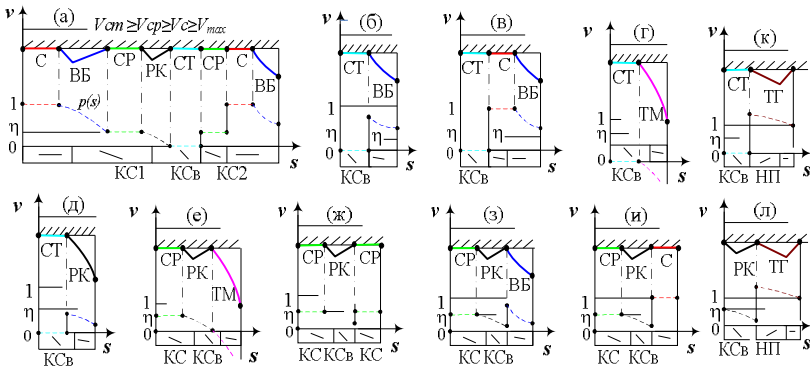


Рис. 2.19 Структура оптимальных траекторий на сверхкрутом спуске при $v = V_{max}, dV_{max} = 0$

При короткой длине участка сверхкрутого спуска анализ показывает, что переключения $PK \rightarrow TM$, $PK \rightarrow CT$, $PK \rightarrow CP$, $PK \rightarrow BB$, $PK \rightarrow C$ могут быть реализованы только на сверхкрутом спуске. Переключения $PK \rightarrow TM$, $PK \rightarrow CT$ осуществляются в точке, которая находится на сверхкрутом спуске (обозначен $s \in C_b$) (см. рис. 2.19.е, а). При этих переключениях изменение функции $p(s)$ не сопровождается скачком. Переключения $PK \rightarrow CP$, $PK \rightarrow BB$, $PK \rightarrow C$ только реализуемы в конце сверхкрутого спуска. При этом переключении функции $p(s)$ сопровождается скачком (см. рис. 2.19.ж, з, и). Следовательно, получим граф представлено на рис. 2.20.

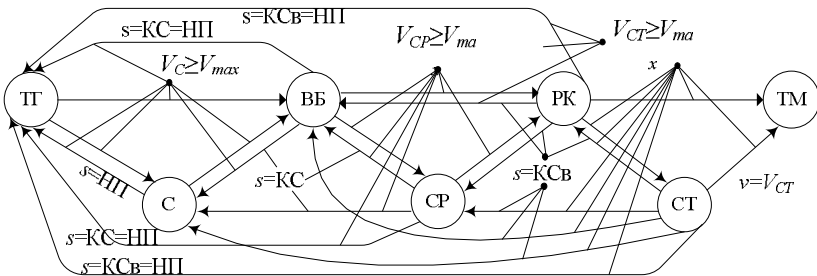


Рис. 2.20 Переключения оптимальных режимов на сверхкрутом спуске и крутом подъеме при

Отметим также, что функция $p(s)$ изменяется скачком при достижении v величин V_{max} при фиксированных режимах управления. Допустимые переключения на оптимальной траектории, когда функция $V_{max}(s)$ изменяется скачком в точках переключения режимов,

приведены в соответствующих столбцах табл.2-2. Если допустимая скорость левее точки переключения равна V_{max}^- , правее точки переключения V_{max}^+ , то $dV_{max} = V_{max}^+ - V_{max}^-$. При изменении допустимой скорости убывает, т.е. $V_{max}^+ < V_{max}^-$, то $dV_{max} < 0$. При $V_{max}^+ > V_{max}^-$ величина $dV_{max} > 0$.

На рис. 2.21 приведены графы переключения оптимальных режимов при наличии крутого спуска и крутого подъема на рассматриваемом перегоне (в этом случае отсутствия режима СТ) и $v = V_{max}, dV_{max} < 0$.

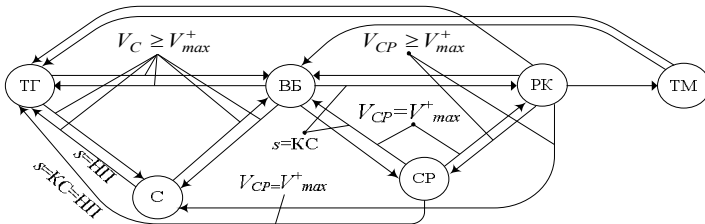


Рис. 2.21 Переключения оптимальных режимов на крутом спуске и крутом подъеме при $v = V_{max}, dV_{max} < 0$

При наличии сверхкрутого спуска на рассматриваемом перегоне, режим СТ может быть реализован после режима РК или ТМ при достижении скорости границы фазового пространства (v_{max}^+). Несколько переключения на оптимальной траектории при $dv_{max} < 0$ приведены на рис. 2.22.

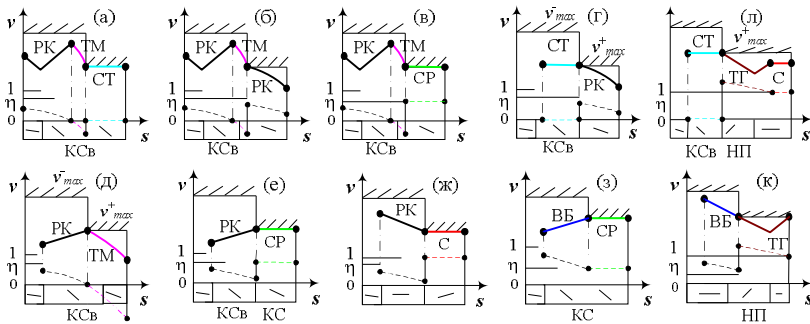


Рис. 2.22 Структуры оптимальных траекторий при $v = v_{max}, dV_{max} < 0$

Итак, когда функция $V_{max}(s)$ уменьшается в точках переключения режимов, допустимые переключения на оптимальной траектории представлены на рис.2.23.

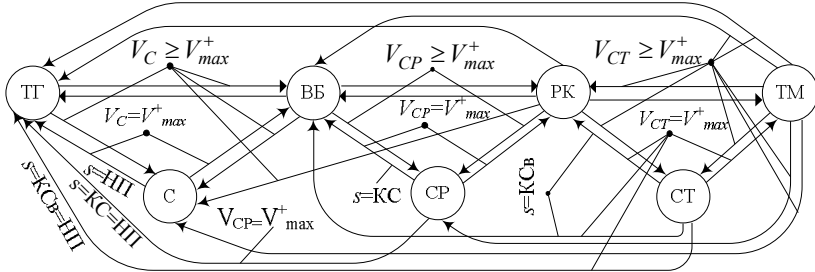


Рис. 2.23 Граф переключений оптимальных режимов на сверхкрутом спуске и крутом подъеме при $v = V_{max}, dV_{max} < 0$

Наконец рассмотрим возможные переключения режимов на оптимальной траектории при $v = V_{max}, dV_{max} > 0$. Допустимые переключения оптимальных режимов приведены в соответствующих столбцах табл. 2-2. На рис. 2.24. показан граф возможных переключений оптимальных режимов.

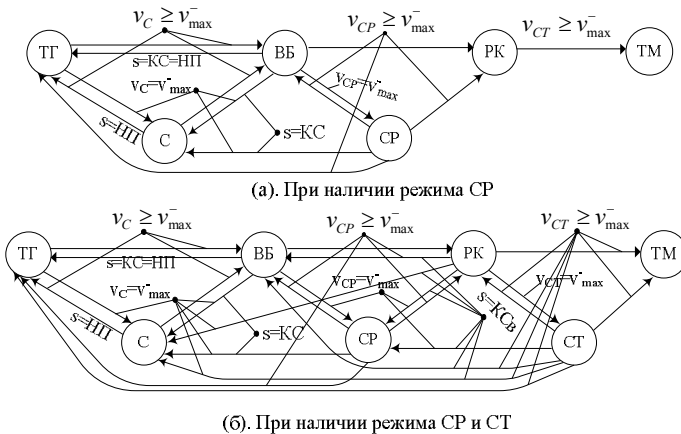


Рис. 2.24 Граф переключений оптимальных режимов при условии $v = V_{max}, dV_{max} > 0$

Таким образом, полученные условия переключения оптимальных режимов сведены в таблице 2-2.

Данные таблицы 2-2 свидетельствуют о том, что из 168 случаев возможных переключений режимов допустимыми на оптимальной траектории являются 91. Если предположить, что рекуперативное торможение отсутствует, то из таблицы 2-2 может быть получен результат, приведенный в [22].

Один из вариантов структуры оптимальной траектории на участке с локальным ограничением скорости приведен на рис. 2.25.

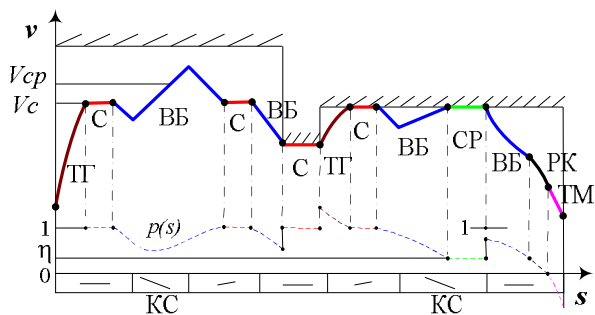


Рис. 2.25 Частный случай структуры оптимальной траектории на участке с локальным ограничением скорости

Пользуясь сформулированными выше условиями для каждого конкретного участка можно предположить ту или иную структуру оптимальной траектории. Но, во-первых, необходимо доказать, что данная структура является оптимальной, так как в некоторых случаях может быть предложено более одной структуры из числа оптимальных. Во-вторых, для полного решения задачи необходимо определить координаты точек переключения режимов на оптимальной траектории.

Таблица 2-2 Условия переключения оптимальных режимов управления

№	Режим слева	Режим справа	$v < V_{ma}$	$v = V_{max}; dV_{max} = V^+_{max} - V_{max}$		
			x	$dV_{max} = 0$	$dV_{max} > 0$	$dV_{max} < 0$
			(а)	(б)	(в)	(г)
1	ТМ	СТ	-	-	-	$V_{CT} \geq V^+_{max}$ $s \in C\beta$
2		ПК	-	-	-	$V_{CT} \geq V^+_{max}$ $s \in C$
3		СР	-	-	-	$V_{CT} \geq V^+_{max}$ $s \in C$
4		ВБ	-	-	-	$V_{CT} \geq V^+_{max}$
5		С	-	-	-	$V_{CT} \geq V^+_{max}$
6		ТГ	-	-	-	$V_{CT} \geq V^+_{max}$ $s \in \Pi$
7	СТ	ТМ	$v = V_{CT}$	$V_{CT} \geq V_{max}$ $s \in C\beta$	$V_{CT} \geq V_{max}$ $s \in C\beta$	$V_{CT} = V^+_{max}$ $s \in C\beta$
8		ПК	$v = V_{CT}$	$V_{CT} \geq V_{max}$ $s = KC\beta$	$V_{CT} \geq V_{max}$ $s \in C\beta$	$V_{CT} = V^+_{max}$ $s = KC\beta$
9		СР	-	$V_{CT} \geq V_{max}$ $s = KC\beta$	$V_{CT} \geq V^+_{max} = V_{CP}$ $s = KC\beta$	-
10		ВБ	-	$V_{CT} \geq V_{max}$ $s = KC\beta$	$V_{CT} \geq V_{max}$ $s = KC\beta$	$V_{CT} = V^+_{max}$ $s = KC\beta$
11		С	-	$V_{CT} \geq V_{max}$ $s = KC\beta$	$V_{CT} \geq V^+_{max} = V_C$ $s = KC\beta$	-
12		ТГ	-	$V_{CT} \geq V_{max}$ $s = KC\beta = \text{НП}$	$V_{CT} \geq V^+_{max}$ $s \in C\beta$ или $s = KC\beta = \text{НП}$	$V_{CT} = V^+_{max}$ $s = KC\beta = \text{НП}$
13	ПК	ТМ	$v \leq V_{CT}$	$V_{CT} \geq V_{max}$ $s \in C\beta$	$V_{CT} \geq V_{max}$ $s \in C\beta$	$V_{CP} \geq V^+_{max}$ или $s \in C\beta$
14		СТ	$v = V_{CT}$	$V_{CT} \geq V_{max}$ $s \in C\beta$	$V_{CT} = V_{max}$ $s \in C\beta$	$V_{CT} \geq V^+_{max}$ $s \in C\beta$
15		СР	$v = V_{CP}$	$V_{CT} \geq V_{max}$ $s = KC\beta$	$V_{CT} \geq V^+_{max} = V_{CP}$ $s = KC\beta$	$V_{CP} \geq V^+_{max}$ и $s \in C$ или $s = KC\beta$
16		ВБ	$v \geq V_{CP}$	$V_{CT} \geq V_{max}$ $s = KC\beta$	$V_{CP} \geq V^+_{max}$ $s = KC\beta$	$V_{CP} \geq V^+_{max}$ или $s = KC\beta$
17		С	-	$V_{CT} \geq V_{max}$ $s = KC\beta$	$V_C = V_{max}$ $s = KC\beta$	$V_C \geq V^+_{max}$

Таблица 2-2 (продолжение)

18		ТГ	-	$V_{CT} \geq V_{max},$ $s = KC\theta = H\Pi$	$V_{CT} \geq V_{max},$ $s = KC\theta = H\Pi$	$s \in \Pi$
19	CP	ТМ	-	-	-	-
20		СТ	-	-	-	-
21		PK	$v =$ V_{CP}	$V_{CP} \geq V_{max},$ $s \in C$	$V_{CP} \geq V_{max}$ и $s \in C$ или $s = KC$	$V_{CP} = V_{max}^+$ $s \in C$
22		ВБ	$v =$ V_{CP}	$V_{CP} \geq V_{max},$ $s = KC$	$V_{CP} \geq V_{max}$	$V_{CP} = V_{max}^+$ $s = KC$
23		С	-	$V_{CP} \geq V_{max},$ $s = KC$	$V_{CP} \geq V_{max} = V_C,$ $s = KC$	-
24		ТГ	-	$V_{CP} \geq V_{max},$ $s = KC = H$ Π	$V_{CP} \geq V_{max},$ $s \in C$ или $s = KC = H\Pi$	$V_{CP} = V_{max}^+,$ $s = KC = H\Pi$
25		ВБ	ТМ	-	-	-
26	СТ		-	-	-	-
27	PK		$v \leq V_{CP}$	$V_{CP} \geq V_{max},$ $s \in C$	$s \in C$	$V_C \geq V_{max}^+$ или $s \in C$
28	CP		$v =$ V_{CP}	$V_{CP} \geq V_{max},$ $s \in C$	$V_{CP} = V_{max},$ $s \in C$	$V_{CP} \geq V_{max}^+,$ $s \in C$
29	С		$v = V_C$	$V_{CP} \geq V_{max},$ $s = KC$	$V_C = V_{max},$ $s = KC$	$V_C \geq V_{max}^+$
30	ТГ		$v \geq V_C$	$V_C \geq V_{max},$ $s = KC = H$ Π	$V_C \geq V_{max},$ $s \in C\theta$ или $s = KC = H\Pi$	$s \in \Pi$
31	С		ТМ	-	-	-
32		СТ	-	-	-	-
33		PK	-	-	-	-
34		CP	-	-	-	-
35		ВБ	$v = V_C$	$V_C \geq V_{max}$	$V_C \geq V_{max}$	$V_C = V_{max}^+$
36		ТГ	$v = V_C$	$V_C \geq V_{max},$ $s = H\Pi$	$V_C \geq V_{max},$ $s = H\Pi$	$V_C = V_{max}^+,$ $s = H\Pi$
37		ТГ	ТМ	-	-	-
38	СТ		-	-	-	-
39	PK		-	-	-	-
40	CP		-	-	-	-
41	ВБ		$v \leq V_C$	$V_C \geq V_{max}$	$V_C \geq V_{max}$	$V_C \geq V_{max}^+$
42	С		$v = V_C$	$V_C \geq V_{max}$	$V_C = V_{max}$	$V_C \geq V_{max}^+$

V_{max}^+ - максимально допустимая скорость справа от точки переключения;

V_{max}^- - максимально допустимая скорость слева от точки переключения;

$s \in \Pi$ – точка переключения находится на крутом подъеме;

$s \in \Sigma$ – точка переключения находится на крутом спуске;

$s \in \Sigma_{св}$ – точка переключения находится на сверхкрутом спуске;

$s = \Pi\Pi$ – точка переключения совпадает с началом крутого подъема;

$s = \Sigma\Sigma$ – точка переключения совпадает с концом крутого спуска;

$s = \Sigma_{св}\Sigma_{св}$ – точка переключения совпадает с концом сверхкрутого спуска;

2.6 Грубость оптимальной траектории

Полная система соотношений для решения оптимизационной задачи рассмотрена авторами ранее. Вместе с тем открытым остается вопрос «грубости» полученного решения. В условиях эксплуатации вес поезда известен не точно, распределение рекуперлируемой энергии торможения поезда между другими тяговыми потребителями и собственными реостатами (реостатный тормоз) зависит от значительного числа факторов, которые заранее не известны. Поэтому необходимо исследовать влияние частичного отсутствия априорной информации на выбор оптимального управления для различных перегонов.

Влияние выбора модели объекта на оптимальную траекторию. Модель поезда в виде «нерастяжимой нити» в большей степени, чем модель в виде «материальной точки» соответствует реальным процессам при движении поезда. Вместе с тем модель поезда в виде материальной точки, в которой сосредоточена масса поезда, более проста, что при реализации вычислительной процедуры для выбора режима управления в реальном времени существенно. Поэтому необходимо выбрать модель поезда для энергооптимальных тяговых расчетов после ответа на следующие вопросы :

- на каких перегонах и на сколько для разных моделей изменяются координаты переключения режимов управления поездом при неизменной их последовательности на энергооптимальной траектории, когда заданы $T_{\text{ХП}}$ и η ;
- на каких перегонах для разных моделей изменяются последовательности режимов управления на энергооптимальной траектории, когда заданы $T_{\text{ХП}}$ и η ;

- какова разность скоростей движения поезда, при расчете на разных моделях;
- какова разница расхода энергии при реализации энергооптимального расчета на разных моделях;
- какова разница времени хода и расхода энергии при движении поезда по энергооптимальной траектории, полученной на модели поезда в виде «материальной точки» и «нерастяжимой нити» (и наоборот).

Для ответа на поставленные вопросы были проведены имитационные эксперименты на 11 перегонах с «легким» профилем и на 10 перегонах с «тяжелым» профилем при различных $T_{\text{ХП}}$ и η . Длины 21 рассмотренных перегонов Московского и 1-ой линии строящегося в г. Ханое метрополитенов варьировались от 560 до 2826 метров. Значения уклонов и подъемов варьировались от -43 ‰ до 43‰.

По энергооптимальным режимам, полученных для поезда с одной моделью, выполнялся традиционный тяговый расчет при движении поезда с другой моделью. При заданном времени хода выполнялся энергооптимальный тяговый расчет для обеих моделей.

На перегонах с «легким» профилем при традиционном тяговом расчете с моделью поезда в виде «материальной точки» по заданным режимам энергооптимального управления, полученного для модели «нерастяжимая нить», максимальная разность мгновенных скоростей не превышает 4%, разность времен хода 2.5 ‰, разность расхода энергии на тягу 2%. Аналогичные результаты получаются для перегонов с «легким профилем» при традиционном тяговом расчете с моделью поезда в виде «нерастяжимой нити» по заданным режимам энергооптимального управления, полученного для модели «материальная точка».

На перегонах с «легким профилем» последовательность режимов управления не зависит от вида модели для энергооптимальных тяговых расчетов при заданном времени хода. Разность координат переключения режимов при энергооптимальном тяговом расчете, выполняемом для обеих моделях при фиксированном времени хода не превышает 26 м, разность в расходе электроэнергии изменяется от 0,2 до 6 ‰.

Для перегонов с «тяжелым» профилем при проведении традиционного тягового расчета для одной модели по режимам, полученным по энергооптимальному тяговому расчету для другой модели, разность скоростей достигает 20 ‰, разность времён хода – до 35%, расхода энергии до 5 ‰. Моделирование показало, что в случае «тяжелого профиля», определяющим в разности результатов для разных моделей

является расчет дополнительного сопротивления при движении поезда на выбеге.

Сравнение результатов энергооптимальных тяговых расчетов для различных моделей для перегонов с «тяжелым профилем», когда не изменяется последовательность режимов управления, показало, что максимальное отклонение скоростей движения составляет 5,7 км/ч, разница в расходе энергии – 12,94%. Максимальное отклонение координат переключения режима – 171 м.

На перегонах с «тяжелым» профилем и изменяющимся по пути значением допустимой скорости при определенных $T_{\text{ХП}}$ и η имеет место зависимость вида траектории от вида модели. Проведенный анализ показал, что выбор управлений по более простой модели в виде «материальной точки» в условиях метрополитена может привести к недопустимым погрешностям. Использование современных средств вычислительной техники позволяет реализовывать в реальном времени на борту подвижного состава алгоритмы расчета дополнительного сопротивления движению по модели «нерастяжимая нить».

Влияние погрешности задания основного сопротивления движению на оптимальную траекторию. Величина силы основного сопротивления много меньше величин сил тяги и торможения, поэтому неточность в задании w_0 в большей степени сказывается на расчете траектории в режиме выбега, чем в режиме разгона или торможения поезда. Из полученных авторами траекторий видно, что значительную часть движения занимает режим движения по инерции, который сильно влияет на точность расчета всей траектории. Движение поезда в этом режиме определяется силами дополнительного и основного сопротивления движению. Параметры удельного основного сопротивления аппроксимируются выражением:

$$w_0(v) = a + bv + cv^2 \quad (2.44)$$

Коэффициенты a , b и c могут быть рассчитаны по типовой методике [4]. На основе данных, полученных при обработке регистраторов параметров движения, установлено, что отклонение расчетных значений удельного основного сопротивления от экспериментальных может достигать 20 % [23]. При использовании средств цифровой фильтрации становится возможным определение коэффициентов $w(v)$ с большой точностью [23][24]. Дополнительные погрешности могут быть внесены возмущениями, вызванные движением воздушных масс и изменением температуры окружающей среды. Наибольшее влияние может оказать изменение в работе системы вентиляции, способное

привести к 5% погрешности в определении удельного основного сопротивления [5].

Для оценки влияния данного возмущения была проведена серия расчетов на множестве перегонов Московского и строящегося Ханойского метрополитенов. Для каждого перегона проводится два энергооптимальных расчета, удовлетворяющих заданному времени хода. Время хода выбрано таким образом, что бы движение на выбеге было продолжительным по времени. Первый расчет проводится для заданных условий движения, а второй учитывает возмущающий фактор в виде увеличения силы основного сопротивления. При сравнении результатов обоих расчетов определяется изменение расхода dA энергии A , затрачиваемой поездом и отклонение ds координат переключения. В таблице 2-3 представлены результаты расчетов для некоторых перегонов. В результате неточного определения основного сопротивления, вызванного внешними возмущающими факторами, дополнительные энергозатраты не превышают 4%, а максимальное отклонение координат переключения составляет 70 м.

Таблица 2-3 Дополнительные энергозатраты в результате неточного определения основного сопротивления при расчете энергоэффективной траектории

Линия	Перегон	Вид профиля («легкий» или «тяжелый»)	$T_{ХП}$, с	A , кВт*ч	dA , %	ds , м
1-ая линия	VaMieu-GaHN	Тяжелый	100	1.72	3	1.1
1-ая линия	CatLinh-gaHN	Легкий	70	2.5	1.1	0.9
1-ая линия	DHQG-NPSac	Легкий	90	2.4	1.8	1.1
Калининская	Авиамоторная-Площадь Ильича	Тяжелый	155	8	4	8.7
Филевская	Киевская-Студенческая	Легкий	105	10.9	1.1	40
Филевская	Молодежная - Кунцевская	Тяжелый	150	6,5	1,53	70
Бутовская	Бунинская аллея-Ул. Горчакова	Легкий	100	5	1.2	4

Влияние массы поезда и коэффициента возврата энергии рекуперации в сеть на оптимальную траекторию. Очевидно, что величина коэффициента возврата η непосредственно связана с

расходом энергии на тягу поездов. Вместе с тем, открытым остается вопрос как изменяется вид оптимальной траектории, на сколько смещаются координаты переключения режимов в том случае, когда их последовательность при различных значениях η остается неизменной, на каких перегонах изменяется последовательность режимов, на сколько и на каких перегонах изменяется расход энергии, потребляемый поездом в тяговом режиме на оптимальной траектории. Очевидно, что ответы на эти вопросы зависят от заданного времени хода поезда по перегону и его массы. Следующие количественные и качественные показатели будут характеризовать влияние η и массы загрузки Q поезда на вид оптимальной траектории:

- $\lambda(\eta, Q, T_{ХП})$ – зависимость неопределенного множителя Лагранжа от η, Q при различных временах хода $T_{ХП}$;
- на каких перегонах и в каких случаях изменяется последовательность режимов управления на оптимальной траектории в зависимости от η, Q для заданного $T_{ХП}$;
- величины отклонений координат переключения режимов в зависимости от η, Q для заданного $T_{ХП}$ для перегонов, на которых не изменяется последовательность режимов управления на оптимальной траектории;
- $A_{ЭТ}(\eta, Q, T_{ХП})$ – зависимость расхода энергии, затрачиваемого поездом в режиме тяги при движении по перегону от η, Q при различных временах хода $T_{ХП}$;
- $A_{Э}(\eta, Q, T_{ХП})$ – зависимость расхода энергии при движении поезда по перегону от η, Q при различных временах хода $T_{ХП}$.

Как показывает анализ плановых графиков движения на метрополитене время хода поездов выбирается в диапазоне $T_{хмин} \leq T_x \leq T_{хмин} + 30$ с шагом в 5 с. Масса поезда изменяется в диапазоне от массы поезда без пассажиров до массы полностью загруженного поезда в часы «пик». При моделировании рассматриваются варианты: масса загрузки без пассажиров (0 т), масса средней загрузки (10 т), масса полной загрузки (15 тонн). При этом масса поезда P для Московского метрополитена составляет – 44 т, для метрополитена г. Ханоя – 32.5 т. В условиях эксплуатации информацию о загрузке поезда с точностью до 2 т. можно получить от устройств авторежима.

Величина коэффициента возврата энергии в режиме рекуперации принимается равной 0,2,0,5,0,8. Существенно на вид оптимальной траектории влияет вид зависимости максимально допустимой скорости движения V_{max} от пути. Типичные виды зависимости $V_{max}(s)$ для различных перегонов приведены на рис.2.26.

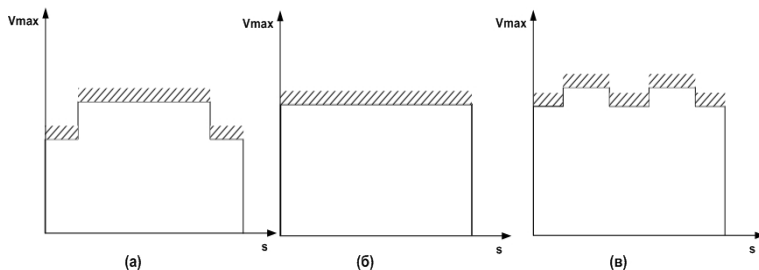


Рис. 2.26 Основные виды зависимости допустимой скорости движения от пути

В общем случае η зависит от линии, размеров движения, схемы тягового энергоснабжения и является случайной величиной. Так как в расчетах η принималась постоянной заданной величиной, то необходимо отдельно исследовать влияние коэффициента возврата энергии в сеть на вид энергооптимальной траектории, ее структуры и координат переключения режимов, а так же оценки возможного перерасхода энергии из-за неточного определения данного параметра. Это исследование проводилось следующим образом. Для заданных условий движения и всех заданных значений η находились энергооптимальные режимы ведения. Затем по найденным режимам проводился традиционный тяговый расчет с изменением коэффициента возврата энергии в сеть, отличным от заданного η . Таким образом определялась возможная величина отдачи энергии в сеть и расход энергии при условии, что заданный коэффициент при проведении энергооптимального тягового расчета отличается от реального.

В результате сравнения энергооптимальных траекторий при заданных времени хода и загрузки было установлено, что в более чем 90% случаев траектория не зависит от параметра η . Полученные расчеты позволили так же определить зависимости λ от времени хода, загрузки и коэффициента возврата. Как видно из полученных выражений (2.39), λ связано с расчетной скоростью стабилизации на всем перегоне.

Пример зависимости λ и V_C от η , Q и $T_{ХП}$ для перегона «Ул. Старокачаловская-Ул. Скобелевская» представлен на рис. 2.27.

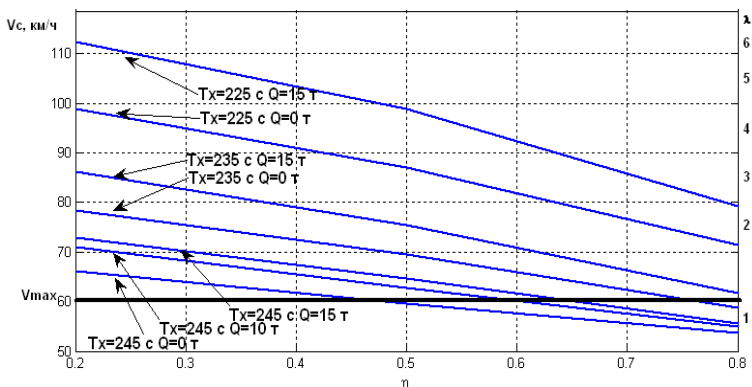


Рис. 2.27 Зависимость λ от η при загрузке 0 и 15 т. V_{max} – максимальное скоростное ограничение на перегоне.

Изменение траектории при изменении η происходит в двух случаях. В обоих случаях сравнивались траектории при заданных T_{XII} , Q и η , принимающем значение η_1 и η_2 . Первый случай изменения траектории возникает, когда в найденной траектории при заданном $\eta=\eta_1$ отсутствует режим стабилизации и происходит переход из режима тяги в режим выбега, а новое значение V_C при $\eta=\eta_2$ оказывается ниже скорости перехода из тяги в выбег $V_{ТГВБ}$, т.е. $V_C^{\eta_2} < V_{ТГВБ}^{\eta_1}$. Тогда происходит изменение структуры энергооптимальной траектории – добавляется режим стабилизации. Пример таких траекторий представлен на рис. 2.28 (а). Реально скорость стабилизации не может превышать скоростного ограничения. В случае, если для заданных T_{XII} и Q была определена такая λ , что соответствующая ей $V_C > V_{max}$, то в расчетах V_C принимается равной V_{max} . Поэтому второй случай изменения траектории возникает, когда присутствует режим стабилизации и значение V_C при $\eta^*=\eta_2$ оказывается ниже скоростного ограничения V_{max} и ниже V_C при $\eta=\eta_1$, т.е. $V_C^{\eta_2} < V_{max}$ и $V_C^{\eta_2} < V_C^{\eta_1}$, как это показано на рис. 2.27 для $T_{XII}=245$ и $\eta > 0.45$. Пример сравнения таких траекторий представлен на рис. 2.28 (б). Таким образом зависимость λ или V_C от η при различных T_{XII} и Q позволяет определить условия изменения энергооптимальной траектории для всех перегонов.

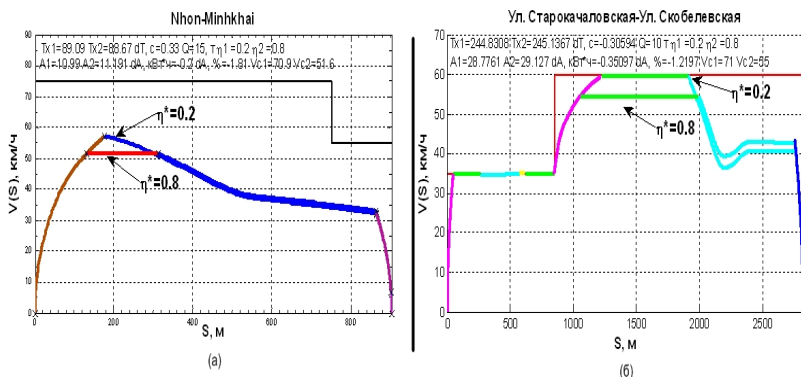


Рис. 2.28 Сравнение траекторий движения при изменении η . На рис. (а) – для перегона «Nhon-Minhkhai» первой строящейся линии Вьетнамского метрополитена, на рис. (б) – для перегона «Ул. Старокачаловская-Ул. Скобелевская» Бутовской линии Московского метрополитена.

Далее необходимо оценить возможный перерасход энергии из-за неточного определения коэффициента возврата энергии в сеть. Пример сравнения для траекторий, представленных на рис. 2.28 (б), по критерию расхода энергии показан на рис. 2.29. На верхнем графике представлены 2 зависимости возможного расхода энергии поезда от изменения коэффициента возврата электроэнергии в сеть при проведении традиционного тягового расчета по двум энергооптимальным режимам ведения, полученных при $\eta^* = 0.2$ и $\eta^* = 0.8$. На нижнем графике показана разница расходов в процентном отношении. Как видно, если реальное значение коэффициента η не будет превышать 0.63, то выгоднее использовать режимы, полученные при $\eta^* = 0.2$. При этом преимущество по сравнению с режимами при $\eta^* = 0.8$ достигается за счет меньшего расхода на тягу. При $\eta > 0.63$ выгоднее использовать режимы, полученные при $\eta^* = 0.8$. В этом случае перерасход на тягу компенсируется большей отдачей энергией рекуперативного торможения по сравнению с энергией рекуперации, получаемой при ведении поезда по режимам при $\eta^* = 0.2$.

Полученные данные для всех рассмотренных перегонов свидетельствуют о том, что величина перерасхода не превышает 5%. Погрешность определения координат переключения режимов при неизменной структуре траектории при заданных $T_{ХП}$ и Q может составлять более 100 метров, но при этом разница в расходе энергии не превосходит полученных оценок.

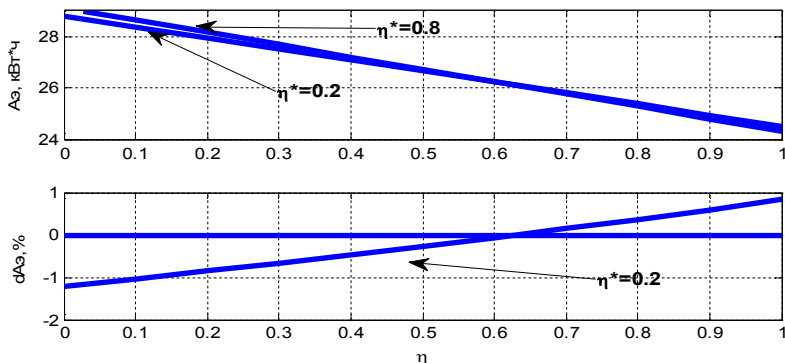


Рис. 2.29 Сравнение двух режимов ведения по расходу энергии $A_{\text{э}}$ в зависимости от η . Первые режимы получены при $\eta^*=0.2$, вторые при $\eta^*=0.8$.

На рис.2.30 показаны зависимости $A_{\text{э}}(\eta, Q, T_{\text{ХП}}=245)$ и $A_{\text{эм}}(\eta, Q, T_{\text{ХП}}=245)$. Как видно из рисунка, расход на тягу $A_{\text{эм}}$ для η , лежащих в диапазоне 0.2 .. 0.5 практически остается неизменным, а с дальнейшим ростом η $A_{\text{эм}}$ увеличивается. Так как в реальных условиях масса загрузки постоянно меняется и по суммарному расходу энергии за определенный период трудно оценить качество вождения, то для иллюстрации влияния режимов вождения и изменения коэффициента возврата энергии в сеть можно использовать удельный расход энергии, равный расходу энергии, отнесенный к единице массы поезда и пройденного пути ($\text{Вт}^*\text{ч}/\text{т}/\text{км}$). Как видно (рис. 2.30 б) удельный расход энергии уменьшается с увеличением загрузки вагона. Это связано с тем, что при работе авторежима тяговые и тормозные усилия выбираются пропорционально загрузке вагона таким образом, что ускорение и замедление почти не меняются от массы в отличие от силы основного сопротивления, которое при увеличении Q уменьшается [5]. Таким образом основное отличие при различных нагрузках в движении поезда будет наблюдаться в режиме выбега. Так для указанного перегона на рис.2.28 (б) максимальная разница в координатах переключения режимов составляет 40 метров при сравнении траектории для $Q=0$ т и $Q=15$ т. При указанной погрешности авторежима в 2 т погрешность в координатах будет незначительной. При этом изменение структуры оптимальной траектории при изменении массы на всех рассматриваемых перегонах не наблюдалось.

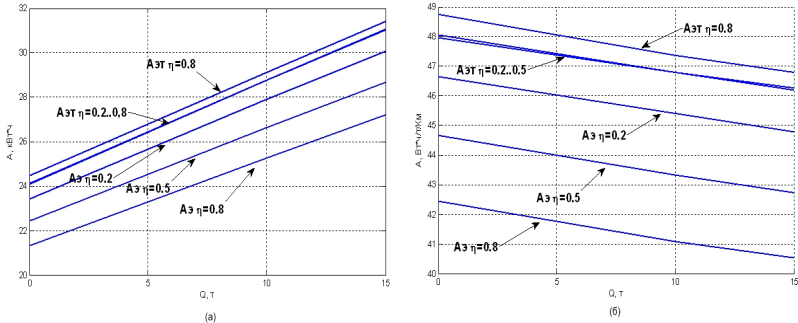


Рис. 2.30 Расход энергии на состав (кВт*ч) (а) и удельный расход энергии (Вт*ч/т/км) (б) в зависимости от загрузки одного вагона Q и коэффициента возврата энергии η для перегона «Ул. Старокачаловская-Ул. Скобелевская»

Так как определенные погрешности в результате идеализации модели сопоставимы с полученными в результате влияния внешних возмущений, то можно сделать вывод о возможности применения полученных результатов для выполнения практических расчетов.

Глава III

3 ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ Поезда С НЕПРЕРЫВНЫМ УПРАВЛЕНИЕМ ТЯГОЙ И ТОРМОЖЕНИЕМ БЕЗ РЕКУПЕРАТИВНОГО ТОРМОЗА

3.1 Постановка задачи оптимального управления

Отсутствие рекуперативного тормоза на значительной части эксплуатируемого подвижного состава делает актуальным решение задачи выбора энергооптимальных режимов управления для этих условий [3].

Дифференциальное уравнение движения поезда, не оборудованного рекуперативным тормозом, определяется выражением (2.7) при $u_r r_{max}(v) = 0$. Ограничения на управления соответствуют (2.8), когда $u_r = 0$.

При заданном $T_{ХП}$ - времени хода поезда по перегону в качестве критерия оптимальности выбирается расход энергии на тягу, вычисляется по формуле (2.8) при $\eta_p K_e R(S) = 0$.

Допустив, что η_T - к.п.д. в режиме тяги постоянен, расход энергии в соответствии с (2.10) определяется выражением

$$A_3 = \frac{P+Q}{\eta_T \xi} \int_{S_H}^{S_k} [u_f f_{max}(v)] ds \quad (3.1)$$

Время хода $T_{ХП}$ поезда по перегону определяется формулой (2.10).

При заданном $T_{ХП}$, используя неопределённый множитель Лагранжа - λ , получаем обобщённый критерий оптимальности, совпадающий с выражением (2.13) при $\eta u_r r_{max}(v) = 0$. При непосредственном решении задачи оптимального управления используется функционал (2.13) при $\eta u_r r_{max}(v) = 0$.

Задача оптимального управления ставится также, как ранее при рассмотрении подвижного состава, оборудованного рекуперативным

тормозом, с той лишь разницей, что в заданном случае при формализации принимается $\eta u_r r_{max}(v) = 0$, либо $r_{max}(v) = 0$, $\eta = 0$, $u_r = 0$.

3.2 Использование принципа максимума

Повторив выкладки предыдущего параграфа, получим выражение гамильтониана

$$H = -\psi_0 \left[(p-1)u_f f_{max}(v) - pu_b b_{max}(v) - p\omega(v) - pg(S) - \frac{\lambda}{v} \right] - \dot{\mu}(S)[v - v_{max}(S)] \quad (3.2)$$

Дифференциальное уравнение для p -функции получим из (2.24) при $u_r = 0$.

$$\frac{dp}{dS} = \frac{1-p}{v} u_f f'_{max}(v) + \frac{p}{v} u_b b'_{max}(v) + \frac{p}{v} \omega'(v) - \frac{\lambda}{v^3} - \frac{1}{\Psi_0 v} \dot{\mu}(s) \quad (3.3)$$

При фиксированных значениях p, v и s величина гамильтониана является функцией управляющих воздействий u_f и u_b . В соответствии с принципом максимума необходимо, чтобы выбор u_r и u_f обеспечил максимум гамильтониана.

Для функции $p(s)$, повторив рассуждения, приведенные в предыдущей главе, можно выделить ряд диапазонов с различными управляющими воздействиями, обеспечивающими максимум H :

а – если $p < 0$, то $u_f = 0$, $u_b = 1$;

б – если $p = 0$, то $u_f = 0$, $0 \leq u_b \leq 1$;

в – если $0 < p < 1$, то $u_f = 0$, $u_b = 0$;

г – если $p = 1$, то $u_b = 0$, $0 \leq u_f \leq 1$;

д – если $p > 0$, то $u_f = 1$, $u_b = 0$.

Каждому из рассмотренных диапазонов значений $p(s)$ соответствует определенный оптимальный режим управления поездом. Три из них имеют очевидный смысл: *а* – это режим торможения с максимальной интенсивностью (ТМ); *в* – режим выбега

(ВБ), т.е. движение поезда по инерции; д – режим движения с максимальной силой тяги (ТГ).

В режимах б и г одно из управляющих воздействий определено неоднозначно, поэтому требуется дополнительное исследование. В режиме г $u_b = 0$. При $v < V_{max}$ производная $\dot{\mu}(s) = 0$. Из выражения (3.3) когда $v < V_{max}$, т.е. при $\dot{\mu}(s) = 0$, получим

$$\frac{dp}{dS} = \frac{1}{v^3} [v^2 \omega'(v) - \lambda] \quad (3.4)$$

Если этот режим существует на некотором интервале, то в нем $\frac{dp}{ds} = 0$, т.е.

$$v^2 \omega'(v) = \lambda \quad (3.5)$$

Функция $\omega(v)$ задается, как правило, квадратным трехчленом и является монотонно - возрастающей функцией скорости. Следовательно, уравнение (3.5) имеет единственный корень V_c . Поэтому для режима г характерно движение с постоянной скоростью V_c , и он называется режимом стабилизации (С).

В режиме б при $p=0$ и $u_f=0$, когда скорость $v < V_{max}$, следовательно, $\dot{\mu}(s) = 0$, производная $\frac{dp}{ds} = -\frac{\lambda}{v^3} < 0$. откуда функция $p(s)$ не может быть равной нулю в некотором интервале, т.е. происходит переход к режиму ТМ.

Перейдем далее к рассмотрению режимов, когда скорость v достигает фазового ограничения. При движении на выбеге на вредном спуске скорость поезда может достигнуть величины ограничения V_{max} . Дифференциальное уравнение p - функции для режима выбега ($u_f = 0$ и $u_b = 0$) в соответствии с (3.3) имеет вид:

$$\frac{dp}{dS} = \frac{p}{v} \omega'(v) - \frac{\lambda}{v^3} - \frac{1}{\psi_0 v} \dot{\mu}(s).$$

Если на оптимальной траектории при $v=V_{max}$ осуществляется переход к режиму торможения, то $p=0$ и в данной точке

$$\frac{dp}{dS} = -\frac{\lambda}{v^3_{max}} - \frac{1}{\Psi_0 v_{max}} \dot{\mu}(s).$$

Если этот режим существует в течение некоторого времени, то $\frac{dp}{dS} = 0$

и

$$-\frac{\lambda}{V^3_{max}} - \frac{1}{\Psi_0 V_{max}} \dot{\mu}(s) = 0 \quad (3.6)$$

Как было показано выше $\lambda > 0$, в соответствии с принципом максимума $\Psi_0 < 0$. При достижении скоростного ограничения функция $\mu(s)$ увеличивается, т.е. $\dot{\mu}(s) > 0$. При этих условиях уравнение (3.6) решается относительно V_{max} . Следовательно, этот режим – режим поддержания стабильной скорости V_{max} торможением – может существовать на некотором интервале оптимальной траектории. В дальнейшем этот режим поддержания максимальной допустимой скорости на вредном спуске будем называть режимом «стабилизации торможением» (СТ).

Рассмотрим далее режим стабилизации (С). В этом режиме $p=1$, $u_b=0$, $\frac{dp}{ds} = 0$. В соответствии с выражением (3.3) следует:

$$\frac{1}{v} \omega'(v) - \frac{\lambda}{v^3} - \frac{1}{\Psi_0 v} \dot{\mu}(s) = 0; \quad (3.7)$$

Если $v < V_{max}$, то $\dot{\mu}(s) = 0$ и скорость поезда уже была определена из этого уравнения. Если $v = V_{max}$, то $\dot{\mu}(s) > 0$ и из (3.7) получаем

$$v^2 \omega'(v) - v^2 \frac{1}{\Psi_0} \dot{\mu}(s) - \lambda = 0.$$

Следовательно, при $\Psi_0 < 0$

$$v^2 \omega'(v) - \lambda = v^2 \frac{1}{\Psi_0} \dot{\mu}(s) < 0 \quad (3.8)$$

сравнив (3.8) и (3.5), можно увидеть, что максимально допустимая скорость V_{max} , при которой на оптимальной траектории выполняется

условие (3.7) меньше скорости V_c , при которой удовлетворяется условие (3.5). Таким образом, в режиме стабилизации поддерживается минимальная из скоростей V_c или V_{max} .

3.3 Оптимальные режимы управления

Поводя итоги изложенному, отметим, что в соответствии с необходимыми условиями оптимальная траектория содержит комбинацию следующих 5 режимов: движение с максимально реализуемой силой тяги (ТГ), движение с постоянной (стабильной) скоростью (С), выбираемой как минимальная из скоростей V_c и V_{max} , движение по инерции – выбег (ВБ), движение с максимально интенсивным торможением (ТМ), движение на вредных спусках в режиме стабильной скорости V_{max} - стабилизация торможением (СТ). Совокупность режимов управления на оптимальной траектории приведена в таблице 2.

Таблица 3-1 Совокупность режимов управления на оптимальной траектории при отсутствии рекуперативного тормоза

Обозначение	Режим	Управление
ТМ	Режим торможения с максимальной интенсивностью	$u_f = 0, u_b = 1$
СТ	Режим стабилизации скорости в режиме торможения	$u_f = 0, 0 \leq u_b \leq 1$ (только при $v = V_{max}$)
ВБ	Выбег – движение по инерции	$u_f = 0, u_b = 0$
С	Стабилизация скорости в режиме тяги	$u_b = 0, 0 \leq u_f \leq 1$
ТГ	Режим полной тяги	$u_f = 1, u_b = 0$

Учёт ограничений на фазовую координату показывает, что также, как в предыдущем параграфе в режиме стабилизации (С) выбирается наименьшее из значений

$$V_c = V_{max},$$

либо, как следует из (2.36),

$$V_c^2 = \frac{\lambda}{\omega'(V_c)}.$$

В режиме СТ скорость $V_{СТ} = V_{max}$.

На рис. 3.1 показаны режимы движения на оптимальной траектории для подвижного состава, не оборудованного рекуперативным тормозом, в зависимости от значений функции p .

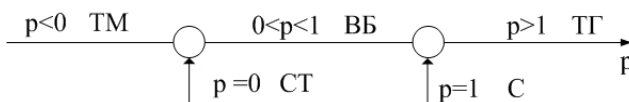


Рис. 3.1 Допустимая последовательность режимов управления для подвижного состава без рекуперативного торможение в зависимости от значения функции p

3.4 Структура оптимальной траектории [3]

Под структурой траектории понимается последовательность оптимальных режимов управления; она зависит от граничных условий, профиля пути и длины перегона. Например, режим тяги на интервале $[a, b]$, находящемся внутри перегона (т. е. точки a и b не совпадают с координатами s_H и s_K), возможен лишь в случае, если на $[a, b]$ имеется крутой подъем, на котором скорость поезда уменьшается даже при максимальной силе тяги. Действительно, согласно рис. 3.2 $v(a) > V_c$ в точке a и $v(b) \leq V_c$ в точке b . Поэтому должно выполняться соотношение $v(a) \geq v(b)$, что возможно только при наличии крутого подъема. Аналогично можно показать, что режим выбега внутри оптимальной траектории возможен либо перед торможением, либо если есть крутой спуск, на котором скорость поезда растет даже при выключенных тяговых двигателях.

Таким образом, на перегоне с легким профилем (без крутых подъемов и спусков) при $v_H < v_c$ оптимальная траектория включает максимум четыре режима: ТГ → С → ВБ → ТМ (рис. 3.2, а). На коротких перегонах режим С может отсутствовать (рис. 3.2, б). Если $v_K > 0$ (например, v_K задано ограничением скорости при въезде на станцию), то может не быть режима ТМ (рис. 3.2, в). И, наконец, если $v_H > V_C$, оптимальная траектория (рис. 3.2, г) имеет в начале режим выбега.

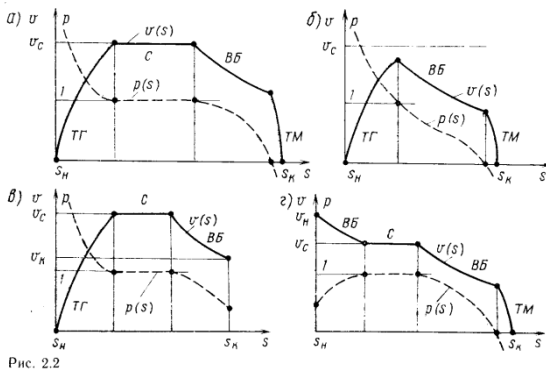


Рис. 3.2

Рис. 3.2 Структура оптимальной траектории при $v_n < v_c$

Более сложной структура оптимальной траектории оказывается на перегонах с «тяжелым профилем», когда имеются крутые спуски и подъемы (рис. 3.3, $v(s)$ — сплошная кривая, $p(s)$ — штриховая). Тогда в нее входят дополнительные участки тяги и выбега, которые могут прерывать, например, участок стабилизации.

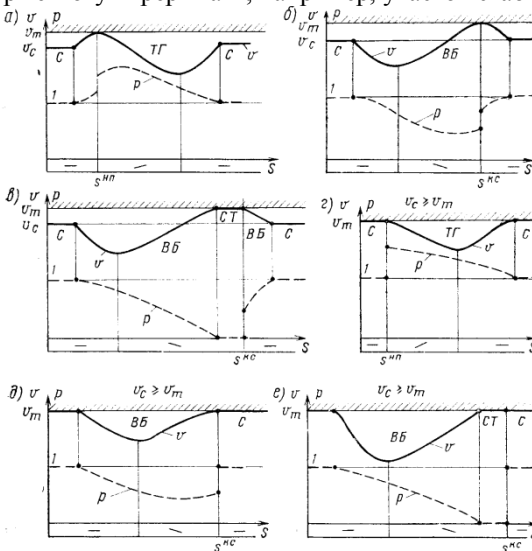


Рис. 3.3 Структура оптимальной траектории на перегонах с «тяжелым профилем»

Глава IV

4 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ РЕЖИМОВ ВЕДЕНИЯ ПОЕЗДОВ МЕТРОПОЛИТЕНА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЧИСЛЕННЫХ МЕТОДОВ ОПТИМИЗАЦИИ.

4.1 Опыт использования численных методов оптимизации для определения оптимальных режимов ведения поездов метрополитена.

Впервые дискретный метод динамического программирования для определения оптимальных режимов ведения поездов метрополитена использовался в работе [25]. Авторами была поставлена и решена задача построения оптимальных траекторий движения поезда метрополитена по минимуму расхода электроэнергии на тягу поезда при заданном времени хода по перегону и заданном количестве включений тяговых двигателей, соблюдая ограничения по скорости, допустимому току двигателей. Для выполнения условий на заданное время хода по перегону и число включений тяговых двигателей на перегоне, с целью понижения размерности задачи использовался метод неопределенных множителей Лагранжа.

Для ускорения поиска оптимальной траектории движения поезда метрополитена в работе [26] был предложен метод оптимизации режимов ведения поезда с одновременным использованием метода динамического программирования и принципа максимума. Дополнение процедуры динамического программирования необходимыми условиями оптимальности позволил сократить число рассматриваемых вариантов, т.к. в число перебираемых вариантов не включались траектории, для которых необходимое условие оптимальности не выполняется.

Использование неопределенных множителей Лагранжа для понижения размерности задачи, позволяет при ограниченном объеме памяти и быстродействии ЭВМ решить дискретным методом динамического программирования задачу определения оптимальных по расходу электроэнергии траекторий движения поезда. Однако поиск множителей Лагранжа в некоторых случаях вызывает большие трудности. С появлением в последние годы ПЭВМ с большим

объемом памяти и высоким быстродействием позволил решить задачу оптимизации режимов ведения поездов метрополитена без использования неопределенных множителей Лагранжа [27]. В данной работе решена задача определения оптимальных режимов ведения поездов метрополитена с учетом падения напряжения в контактном рельсе от сопутствующих поездов. Задача решена разновидностью дискретного варианта динамического программирования методом «киевский веник» без использования неопределенных множителей Лагранжа путем увеличения размерности задачи.

4.2 *Определение методом динамического программирования оптимальных режимов ведения поездов метрополитена с дискретным управлением силой тяги.*

Электропоезда метрополитена и пригородного сообщения имеют идентичное управление силой тяги, что позволяет иметь для них единую методику определения оптимальных по расходу энергии режимов движения.

На электропоездах имеется устройство автоматического пуска, переключающее контроллер с одной позиции на, следующую, если ток двигателя не превышает уставку токового реле $I_y(N)$ и истекло установленное время движения на данной позиции. Если $I_\partial > I_y(N)$, продолжается движение поезда на данной позиции до момента, когда ток двигателя I_∂ станет меньше I_y . На электропоездах метрополитена установлено устройство, которое автоматически выбирает I_y в зависимости от загрузки вагона – так называемый *авторежим*. Автоматический пуск осуществляется до тех пор, пока не будет достигнута ходовая позиция, на которой электропоезд может двигаться до выключения тяговых двигателей. Имеются две ходовые позиции: «Ход 2» (полное возбуждение на параллельном соединении двигателей) и «Ход 3» (последняя позиция ослабления возбуждения при параллельном соединении двигателей). Управлять электропоездом можно, изменяя режим движения, т.е. использовать тягу («Ход 2» или «Ход 3»), выбег, торможение.

На большей части перегонов метрополитенов осуществляется трехрежимное движение поездов: тяга (как правило, «Ход 3»), иногда

«Ход 2»), выбег, торможение. При этом, т.е. при одном включении тяговых двигателей, каждому значению времени хода по перегону T_x соответствует одна траектория движения, и расчет сводится к выбору координаты точки, в которой выключают тяговые двигатели s_e . При построении графиков движения, определяющих программные времена хода по перегону T_x , все значения T_x должны быть кратными для метрополитенов, 5 с. Следовательно, для перегонов, где производится одно включение тяговых двигателей, не требуется решать задачу оптимизации управления, и определение режимов ведения сводится к выбору координаты точки выключения двигателей при заданном значении T_x , кратном 5 с. Разработанная программа исходя из требований метрополитена автоматически рассматривает для каждого перегона семь траекторий движения поезда с временем хода, кратным 5 с, в диапазоне от T_x^{min} до $T_x^{min} + 30$ с (рис. 4.1).

Ранее было показано, что если можно на перегоне выполнять заданное время хода при одном включении тяговых двигателей, не превышая допустимой скорости, то такой режим является оптимальным. Это объясняется тем, что при каждом повторном включении двигателей ведение поезда на реостатных позициях приводит к потере энергии в реостатах.

На некоторых перегонах метрополитена (рис. 4.2) движение поезда на режиме «Ход 3» приводит к быстрому достижению допустимой скорости v_0 (кривая 1), при этом необходимо переходить на выбег и программное время хода T_x не выполняется. Движение на таком перегоне в режиме «Ход 2» и переход в точке s_{np} на режим «Ход 3» (кривая 2) позволяет пройти ниже допустимой скорости, разогнаться до большей скорости и тем самым снизить время хода по перегону. В этом случае возможны различные варианты траектории движения поезда для заданного времени хода по перегону T_x^n . На большинстве перегонов пригородного сообщения и на ряде перегонов метрополитенов (около 20-30%) для реализации заданного графического времени хода применяется многократное включение тяговых двигателей – 2-3 раза. При этом задача определения программы движения поезда для заданного времени хода является многовариантной: возможно большое число вариантов траекторий движения поездов, имеющих одно и то же время хода T_x , но различный расход энергии. Следовательно, в этом случае для

определения программы движения требуется найти оптимальную по расходу энергии траекторию, соответствующую заданному времени хода.

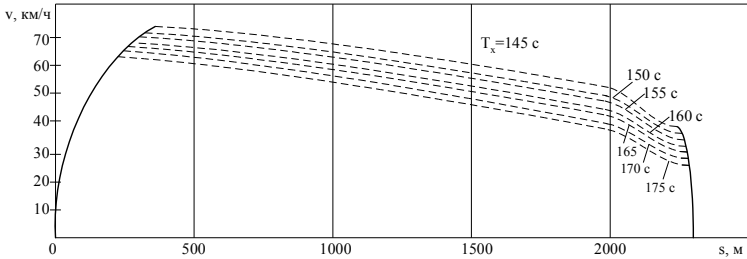


Рис. 4.1 Траектории движения поезда метрополитена на перегоне с одним включением тяговых двигателей

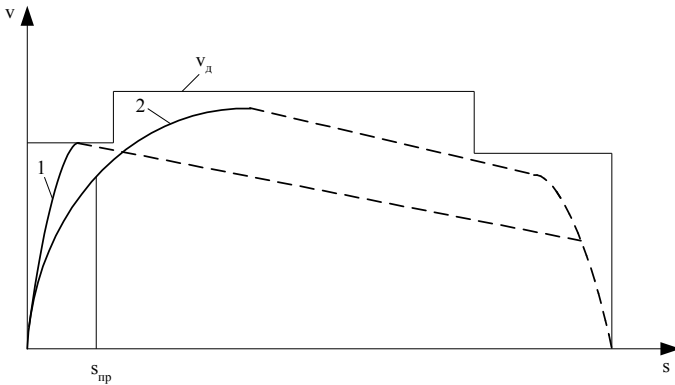


Рис. 4.2 Траектории движения поезда

На метрополитенах используют режимы движения с минимальным возможным числом включений тяговых двигателей, при котором можно реализовать заданное время хода по перегону. Чем меньше число переключений режимов управления поездом, при котором можно выполнить заданное время хода, тем проще реализовать эти программы в системах автоведения, особенно в тех, где для этого необходимо иметь напольные программы. Под числом переключений режимов управления электропоездом понимается число переходов с режима «Ход 2» на «Ход 3», с тяги на выбег с выбега на тягу, с выбега на торможение. Следовательно, при расчете

оптимальных траекторий следует учитывать ограничение на число переключений режимов ведения поезда.

Рассмотрим постановку и решение задачи определения оптимальных режимов ведения поезда метрополитена дискретным методом динамического программирования с использованием неопределенных множителей Лагранжа [28]. Задача формулируется следующим образом: требуется найти последовательность управляющих воздействий R_i (режимов управления) из допустимой области $1 \leq R_i \leq 2$ и соответствующие этому управлению программы движения поезда $t_n(s)$, $v_n(s)$, которые должны удовлетворять минимальному значению расхода электроэнергии на перегоне:

$$A = \min_{R_i} \sum_{i=1}^m U_m I_{ni} T_i = \min_{R_i} \sum_{i=1}^m \Delta A_i \quad (4.1)$$

где R_i - режим управления на i - м шаге варьирования управления, который может быть одним из следующих: $R = -1$ - торможение; $R = 0$ - выбег $R = 1$ - тяга, «Ход 2»; $R = 2$ - тяга, «Ход 3»; $I_{\text{пн}}$, T_i , ΔA_i - соответственно ток поезда, время хода и расход энергии на i - м шаге варьирования управления.

При этом время хода поезда по перегону должно быть равно заданному T_X^3 , число переключений режимов управления также должно быть равно заданному

$$k_3 = \sum_{i=1}^m \Delta k_i \quad (4.2)$$

где Δk_i - число переключений режимов управления на i - м шаге варьирования:

$$\Delta k_i = \begin{cases} 0, \text{если } R_i = R_{i-1} \\ 1, \text{если } R_i \neq R_{i-1} \end{cases} \quad (4.3)$$

Кроме того, траектория движения поезда должна удовлетворять следующим граничным условиям

$$v(s_H) = 0, \quad v(s_K) = 0, \quad (4.4)$$

где s_H, s_K – соответственно координаты начала и конца перегона. Должны выполняться ограничения на фазовые координаты

$$0 \leq v \leq v_o(s), \quad (4.5)$$

где $v_o(s)$ - допустимая скорость на перегоне. При этом должно выполняться ограничение по управлению в виде тока двигателя I_o

$$0 \leq I_o \leq I_o^{\max}, \quad (4.6)$$

где I_o^{\max} - максимально допустимый ток двигателя.

Кроме этого вводится специфическое для метрополитена ограничение на выбор режима ведения поезда

$$R_i = 0, \text{ если } s_{nm(p)} \leq s \leq s_{km(p)} \quad (4.7)$$

где $s_{nm(p)}, s_{km(p)}$ - координаты соответственно начала и конца p -го участка токораздела.

Ограничение на управление (4.7) означает, что если длина участка токораздела превышает расстояние между токоприемниками вагона, то он должен быть пройден на выбеге. Если же она меньше расстояния между токоприемниками, то этот участок не учитывается в ограничениях (4.7).

Задача определения оптимальной по расходу энергии программы движения поезда сводится к минимизации целевой функции

$$H(v_1, \dots, v_m, T_1, \dots, T_m, R_1, \dots, R_m, \Delta k_1, \dots, \Delta k_m) = \sum_{i=1}^m \Delta A_i(v_i, T_i, R_i, \Delta k_i) \quad (4.8)$$

Состояние поезда описывается четырьмя фазовыми координатами: скоростью V_i , временем хода T_i , режимом ведения R_i , числом переключений режимов ведения k_i . Для понижения размерности данной задачи с целью сокращения времени расчета и

необходимого объема оперативной памяти ЭВМ применяется известный метод множителей Лагранжа. Используя его для учета изопериметрических условий $T_X^3 = \sum_{i=1}^m T_i$, где T_i – время хода на i -м шаге варьирования, и (4.2), переходим к новому критерию оптимизации

$$A^* = \min \sum_{i=1}^m (\Delta A_i + \lambda_1 T_i + \lambda_2 \Delta k_i) \quad (4.9)$$

В случае применения метода множителей Лагранжа основное функциональное уравнение динамического программирования принимает следующий вид

$$A_i^*(v_i) = \min_{R_i} [A_{i-1}^*(v_{i-1}) + \Delta A_i(v_i, T_i, R_i, \Delta k_i) + \lambda_1 T_i + \lambda_2 \Delta k_i] \quad (4.10)$$

Единой методики для определения множителей Лагранжа нет. Задача выбора λ_1 , λ_2 , решается итеративным процессом. Первоначально фиксируется значение λ_1 и подбирается значение λ_2 для удовлетворения условия (4.2). С увеличением значения λ_2 уменьшается число изменений режимов управления. Выбрав λ_2 , подбирают значения λ_1 для удовлетворения условия T_X^3 на заданное время хода по перегону.

Исследования показали, что в диапазоне изменения T_x , равном 20 с, в большинстве случаев область λ_1 равна $0,1 \div 1,0$ кВт·ч/число изменений.

Рассмотрим алгоритм решения задачи (рис.

Рис. 4.3), включающий в себя математическую модель движения поезда и алгоритм оптимизации методом динамического программирования. В качестве исходной информации используется следующие данные (блок 1): число вагонов в поезде; напряжение на токоприемнике U_m ; коэффициенты для расчета основного сопротивления движению поезда; характеристики двигателя $v(I_\partial, N)$, $F_\partial(I_\partial, N)$ для полного возбуждения и всех ступеней его ослабления в виде таблицы, где весь диапазон I_∂ разделен на 10 интервалов (лучше на неравные); информация о профиле перегона –

значения уклонов и длины элементов профиля, координаты начала и конца кривых, их радиусы; допустимые скорости движения $v_0(s)$; координаты участков токоразделов.

В блоках 2,3 производится пересчет и аппроксимация характеристик двигателя.

Затем (блок 4) рассчитывается и записывается в память ЭВМ траектория движения для режима прицельного торможения. Возможен расчет точной траектории торможения для конкретной системы автоведения и упрощенный расчет по закону равнозамедленного движения.

На метрополитенах часто прицельное торможение осуществляется на уклонах, на переломах профиля и в кривых; эти факторы оказывают существенное влияние на кривую $v_m(s)$. Чтобы учесть это в программе, процесс прицельного торможения моделируют с учетом профиля и длины поезда, представляя уравнение движения в следующем виде:

$$-\frac{dv}{dt} = a = \frac{\varepsilon}{1 + \gamma P / (P + Q)} [B_m(v, N) + w_0(v)] + \frac{\varepsilon}{1 + \gamma P / (P + Q)} [w_0(s) + w_{кр}(s)], \quad (4.11)$$

где B_m - сила торможения.

Первое слагаемое не зависит от профиля пути и является средним замедлением a_{cp} равнозамедленного движения на нулевом уклоне. Следовательно, можно записать

$$a = a_{cp} + \frac{\varepsilon}{1 + \gamma P / (P + Q)} [w_0(s) + w_{кр}(s)], \quad (4.12)$$

Кривая равнозамедленного торможения поезда $V_T(s)$ в направлении, обратном направлению движения, для диапазона V_K от 0 до $v_0(s)$ рассчитывается по следующей формуле:

$$v_j = \sqrt{v_{j-1}^2 + 2a\Delta s_j}, \quad (4.13)$$

где Δs_j - шаг интегрирования.

В блоке 5 моделируется переход на следующую позицию контроллера во время пуска поезда. В блоках 6 – 9 вычисляется на

каждом шаге интегрирования ток и сила тяги двигателя. Удельная сила тяги поезда (блок 10)

$$F_{yj} = \frac{F_{dj}(v_j, N_j, U_{dj})n_d}{(P+Q)n_e} \quad (4.14)$$

где F_{dj} - сила тяги двигателя на j - м шаге интегрирования; n_d и n_e - число соответственно двигателей и вагонов в электропоезде.

В блоке 11 вычисляется основное сопротивление движению поезда метрополитена в режиме тяги

$$w_0 = w_{m1} + w_{m2} \frac{S_{эн}}{2(m_e + m_n)n_e} v_j^2 \quad (4.15)$$

где w_{m1} и w_{m2} - постоянные коэффициенты для режима тяги; $S_{эн}$ - площадь эквивалентной поверхности состава, m^2 ; m_e и m_n - соответственно масса вагона и пассажиров в вагоне, т.

В блоке 12 определяется сопротивление движению от кривых радиуса $R_{кр}$ как $w_{кр} = 630/R_{кр}$.

В блоке 13 определяется дополнительное сопротивление движению поезда от уклона пути $w_\delta(s)$. Если поезд находится на двух элементах пути, то

$$w_\delta = (i_1 l_1 + i_2 l_2) / l_n \quad (4.16)$$

где i_1 и i_2 - уклон, на котором находятся соответственно первая и вторая части поезда; l_1 и l_2 - длина части поезда соответственно на первом и втором уклоне; l_n - общая длина поезда.

Интегрирование уравнения движения поезда производится по пути методом Эйлера. Шаг интегрирования Δs_j (блок 14) в режиме тяги принимается равным 0,5 м, в режиме выбега – 5 м. Скорость поезда в конце каждого j -го шага

$$v_j = v_{j-1} + \frac{\varepsilon [F_y(v_{j-1}, N_j, U_m) - w_0(v_{j-1}) - w_\delta(s_j) - w_{кр}(s_j)] \Delta s_j}{[1 + \gamma P / (P + Q)] v_{j-1}} \quad (4.17)$$

где v_{j-1} - скорость в конце $j - 1$ -го шага интегрирования; ε - постоянный коэффициент размерности.

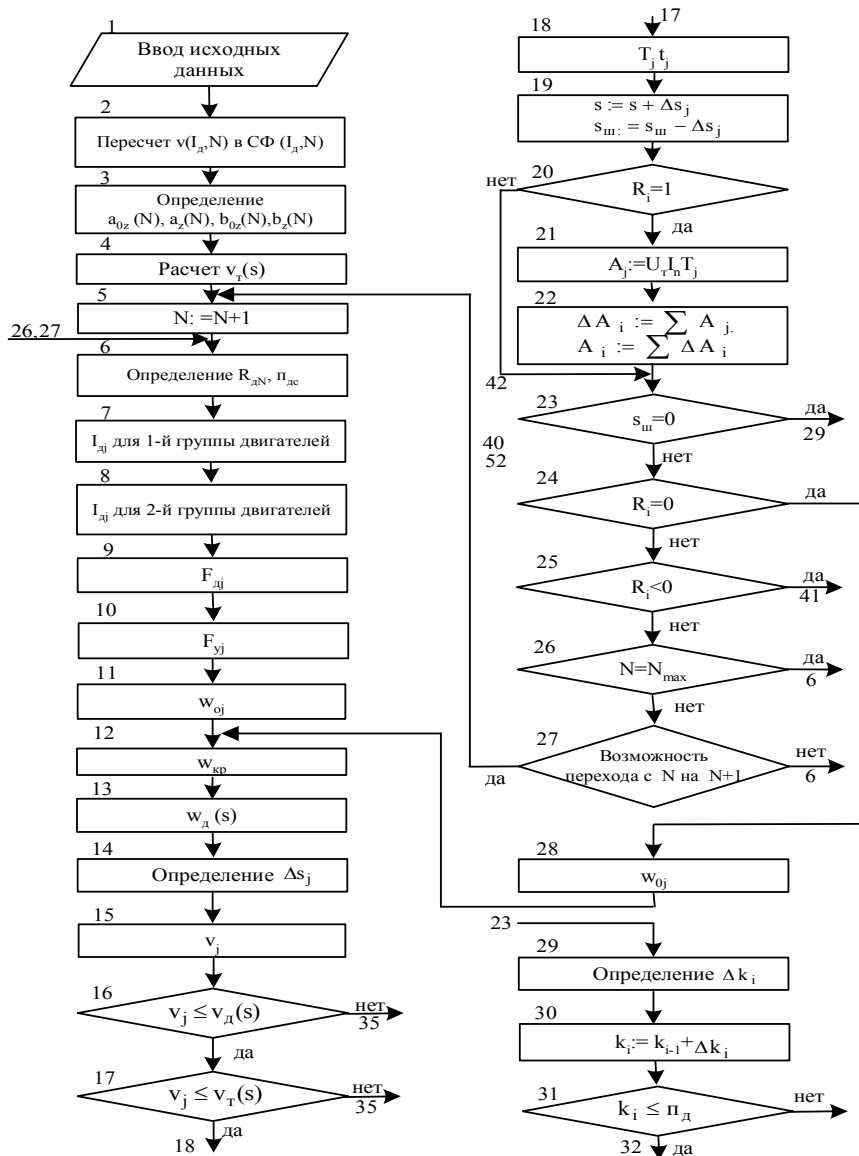


Рис. 4.3 Блок-схема алгоритма оптимизации режимов ведения поезда

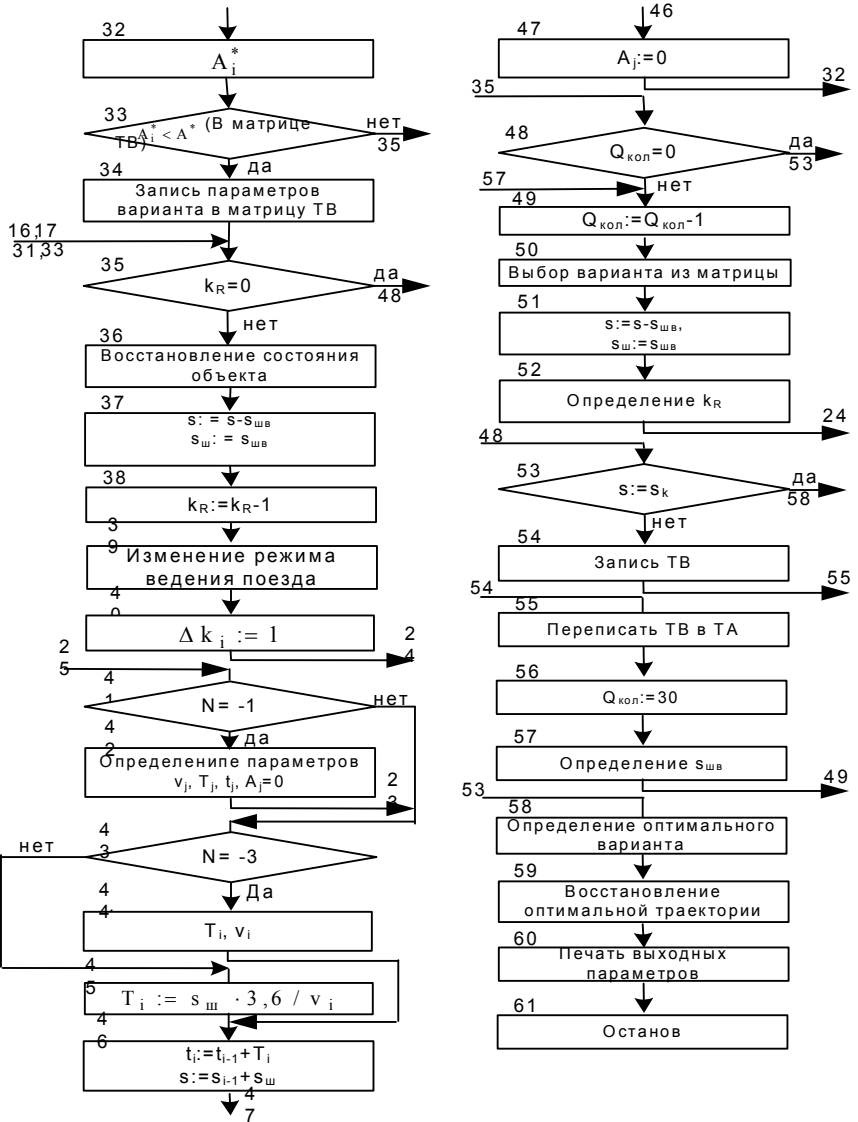


Рис. 4.3. Продолжение

В блоках 16 и 17 текущая скорость сравнивается с допустимой и со скоростью начала торможения $v_m(s)$. В блоках 18 и 19 вычисляется время хода на шаге интегрирования и пройденный путь к концу рассматриваемого шага; в блоках 20-22 – расход электроэнергии на шаге интегрирования A_j и шаге варьирования управления ΔA_j . В блоке 23 определяется конец шага варьирования режимов. Если поезд, еще не дошел до конца этого шага ($s_{ui} \neq 0$), то в блоках 24-26 выбирается режим движения. Если $N = N_{max}$, то дальнейшее движение на данном шаге варьирования осуществляется на ходовой позиции $N = N_{max}$. Если $N < N_{max}$, проверяется возможность перехода на следующую позицию контроллера (блок 27). Он возможен, если истекло время перехода с позиции на позицию и $I_\partial < I_y(N)$, причем

$$I_y(N) = I_{y0}(N) + \kappa_n m_n \quad (4.18)$$

где I_{y0} - ток уставки реле ускорения вагона при отсутствии нагрузки на вагон; κ_n - коэффициент, учитывающий увеличение тока уставки реле ускорения, А/т.

Если $I_\partial > I_y(N)$, движение на следующем шаге интегрирования будет производиться на прежней позиции контроллера.

В блоке 28 сила тяги принимается равной нулю и вычисляется основное сопротивление движению поезда в режиме выбега

$$w_0 = 1 + \frac{\kappa_{e1}}{2(m_e + m_n)} + \kappa_{e2}v + \kappa_{e3} \frac{S_{эн}v^2}{2(m_e + m_n)n_e} \quad (4.19)$$

где κ_{e1} , κ_{e2} , κ_{e3} - постоянные коэффициенты для режима выбега, которые зависят от типа вагона.

В блоках 29 и 30 определяется число переключений режимов ведения на рассматриваемом шаге варьирования и число переключений k_i от момента начала движения для рассматриваемого варианта траектории. В блоке 31 сравнивается k_i с ограничением на число переключений режимов ведения поезда. Если $k_i > k_3$, то данный вариант траектории исключается из дальнейшего рассмотрения, это

позволяет сократить время счета путем исключения неперспективных вариантов.

В блоке 32 вычисляется значение критерия оптимизации согласно уравнению

$$A_i^* = A_{i-1}^* + c_1 \Delta A_i + c_2 \lambda_2 \Delta k_i + c_3 \lambda_1 T_i \quad (4.20)$$

где A_{i-1}^* - значение критерия к концу $j - 1$ -го шага варьирования режимов; c_1, c_2, c_3 - постоянные коэффициенты, принимающие значения 0 или 1.

Применение коэффициентов c_1, c_2, c_3 позволяет, используя одну и ту же программу, рассчитывать оптимальные траектории движения поезда по различным критериям оптимизации с целью их исследования. При $c_1 = 1, c_2 = 1, c_3 = 1$ определяется оптимальная по расходу энергии траектория движения поезда метрополитена для заданных времени хода и числа переключений режимов управления.

Рассматриваемый диапазон скоростей представлен в ЭВМ в виде скоростной сетки с шагом 1 км/ч. Траектория движения поезда характеризуется семью параметрами: $v_{ki}, v_{ni}, t_i, N_i, A_i^*, A_i, k_i$, где v_{ni} - скорость в начале шага i варьирования режимов, равная $v_{ni} = v_{k(i-1)}$; v_{ki} - скорость в конце шага i, t_i, A_i^*, A_i, k_i - соответственно время хода поезда, значение критерия, расход энергии и число переключений режимов ведения с начала движения до конца рассматриваемого i -го шага варьирования режимов; N_i - позиция управления, на которой осуществлялось движение на i -м шаге варьирования режимов на последнем шаге интегрирования. Эти параметры записываются в матрицу ТВ размером $7 \times 30 \times 2$, где 7 - число параметров; 30 - рассматриваемый диапазон скорости; 2 - число ячеек, содержащих информацию о вариантах с одинаковой скоростью, но различными режимами ведения.

В блоках 33, 34 для рассматриваемого варианта траектории движения поезда определяется соответствующая строка матрицы ТВ и производится сравнение траекторий по критерию оптимизации. Сравниваются варианты только с одинаковыми режимами ведения. Если рассматриваемый вариант имеет меньшее значение критерия или режим ведения отличается от соответствующего варианта матрицы ТВ либо в матрице нет вариантов для скорости V_{ki} , то вариант считается

перспективным и записывается в матрицу. В противном случае рассматриваемый вариант исключается из дальнейшего рассмотрения. Когда на рассматриваемом шаге варьирования режимов будут рассмотрены все возможные варианты траекторий движения поезда, то в матрице ТВ может оказаться 60 перспективных вариантов траектории, которые в блоке 55 переписываются в матрицу ТА, аналогичную ТВ. В матрице ТА находится информация о вариантах состояния объекта на момент начала нового шага варьирования.

В блоке 35 проверяется, все ли возможные режимы K_R ведения поезда исследованы на рассматриваемом шаге i . Если не все режимы проверены, то в блоках 36-40 из матрицы ТА переписывается информация о состоянии поезда на момент начала шага варьирования режимов и изменяется режим движения. Если на предыдущем шаге был режим тяги, то на рассматриваемом шаге используется режим тяги и выбега, а если был режим выбега, то исследуется режим тяги, выбега и торможения.

В программе принято три режима торможения с условным обозначением $N = -1$ - прицельное торможение; $N = -2$ - подтормаживание и движение поезда с постоянной скоростью; $N = -3$ - торможение по закону равнозамедленного движения для снижения скорости до нового допустимого значения. При $N = -1$ движение осуществляется только в режиме прицельного торможения, при $N = -2$, $N = -3$ расчет ведется для указанных режимов и на выбеге. Торможение является вынужденным режимом и начинается только тогда, когда при движении на выбеге превышает допустимая скорость.

В блоках 41 и 42 при режиме прицельного торможения для рассматриваемой координаты пути определяются параметры движения по кривой торможения $v_m(s)$, рассчитанной в блоке 4. В блоках 43-47 рассчитываются параметры траектории движения в режиме подтормаживания ($N = -2$) из условия движения поезда с постоянной скоростью и в режиме торможения для снижения ее перед ограничением ($N = -3$). В режиме $N = -3$ скорость и время рассчитываются соответственно как:

$$v_i = \sqrt{v_{i-1}^2 - 2a_2s_{iu}} \quad (4.21)$$

$$T_i = (v_{i-1} - v_i) / a_2 \quad (4.22)$$

где v_i - скорость в начале шага варьирования режимов; a_2 - замедление при режиме $N = -3$.

В блоке 48 определяется, все ли перспективные варианты, т.е. $Q_{кол}$, траекторий движения поезда, записанные в матрице ТА, рассмотрены на данном шаге варьирования. Если еще не все варианты исследованы, то в блоке 50 производится выбор следующего варианта траектории, после чего восстанавливается координата начала шага и значение $s_{ш}$ (блок 51), определяется число исследуемых вариантов (блок 52) и начинается расчет при различных режимах ведения поезда. Если все варианты траекторий движения поезда исследованы на данном шаге, то в блоке 53 определяется момент, соответствующий концу перегона. Если расчет не закончен, то запоминается информация матрицы ТВ и далее перезапись ее из ТВ в ТА, после чего в матрицу ТВ записываются нули.

В блоке 57 рассчитывается следующий шаг варьирования режимов $S_{шв}$ из условия, что границы элементов профиля совпадают с границами $s_{шв}$ и значение $S_{шв}$ не превышает заданного. На последнем шаге варьирования режимов после исследования всех возможных вариантов траекторий движения выбирается оптимальный, которому соответствует $v(s_k) = 0$ (блок 58) и далее производится восстановление оптимальной траектории с конца к началу (блок 59). Так как информация о параметрах перспективных вариантов траекторий, запоминается и содержит начальную и конечную скорости, то легко восстановить оптимальную траекторию по цепочке

$$v_{км} \rightarrow v_{шт} = v_{к(m-1)} \rightarrow v_{н(m-1)} = v_{к(m-2)} \rightarrow v_{н(m-2)}, \dots, v_{к1} \rightarrow v_{н1} = 0.$$

Оптимальная по расходу энергии траектория движения поезда выводится на печать в виде таблицы, в которой печатаются координаты шагов варьирования режимов и соответствующие им скорость, время хода и позиция контроллера. Кроме того, печатаются название перегона, общий расход энергии на один вагон, масса поезда, напряжение на токоприемнике, число вагонов в поезде и удельный расход энергии.

Результаты анализа оптимальных программ движения поездов метрополитена показали, что их оптимизация позволяет сократить расход электроэнергии в среднем 4% на перегонах с повторным включением тяговых двигателей. Например, при оптимальной по расходу электроэнергии траектории движения поезда (кривая 2 на рис.

4.4) расход электроэнергии равен 3,45 кВт·ч на один вагон. При траектории движения поезда по режимам ведения, принятым в эксплуатации (кривая 1), расход энергии равен 3,64 кВт·ч. Следовательно, оптимальные по расходу энергии программы движения поезда позволяют в рассматриваемом случае снизить расход энергии на 5,2 %.

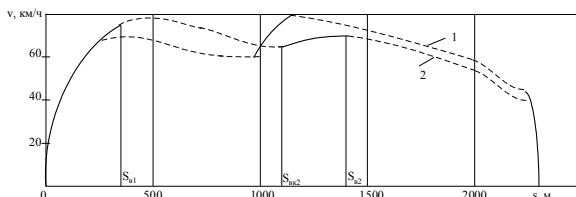


Рис. 4.4 Траектории движения поезда метрополитена

В связи с тем, что оптимальные программы движения рассчитываются предварительно, следует выбирать такие расчетные значения параметров поезда (массу пассажиров, напряжение на токоприемнике), при которых программа будет квазиоптимальной при действительном переменном значении нагрузки вагона, напряжении на токоприемнике и требуемом времени хода на перегоне. С целью упрощения алгоритмов и аппаратуры в системах автоведения поездов метрополитена на перегонах с повторным включением тяговых двигателей регулируемой принимается только одна координата их отключения, как правило, вторая $s_{г2}$ (см. рис.4.5), а остальные ($s_{г1}, s_{гк2}$), определяющие режим ведения, фиксируется. Время хода, которое должна реализовать система автоведения на перегоне, в большинстве случаев отличается от графического в связи с тем, что фактическое отправление поезда несколько отличается от момента отправления по графику из-за случайных факторов, возникающих во время стоянки поезда. Оптимальное значение $s_{г1}, s_{гк2}, s_{г2}$ зависят от заданного времени хода по перегону. Следовательно, при их определении следует выбрать расчетное значение T_x^P . Анализ оптимальных по расходу электроэнергии программ движения поезда показал, что T_x^P следует принять равным минимальному значению для рассматриваемого перегона. Если принять координаты $s_{г1}, s_{гк2}$, соответствующие минимальному времени хода T_x^{min} , а время хода

регулировать изменением s_{e2} , то получим квазиоптимальные программы движения поезда для $T_x > T_x^{min}$.

Результаты моделирования показали, что оптимальная программа движения поезда будет квазиоптимальной при отклонениях заданных времен хода от расчетного программного не более 20 с.

На рис. 4.5 представлена оптимальная траектория движения поезда для минимального времени хода $T_x^{min} = 190c$ (траектория 1) и оптимальная траектория для $T_x = 200c$ (траектория 2). В таблице 4-1 даны параметры этих траекторий.

В таблице 4-1 представлены параметры квазиоптимальной траектории (траектория 3) для времени хода $T_x = 200c$, полученной из траектории 1 путем изменения координаты второго выключения тяговых двигателей. Из таблицы 4-1 видно, что расход электроэнергии на тягу при движении поезда по оптимальной траектории (2) на 0,6 % меньше, чем по квазиоптимальной траектории (3).

Использование квазиоптимальных режимов ведения поезда в случае увеличения времени хода по перегону до 20 с увеличивает расход электроэнергии на 1 % по сравнению с оптимальным расходом.

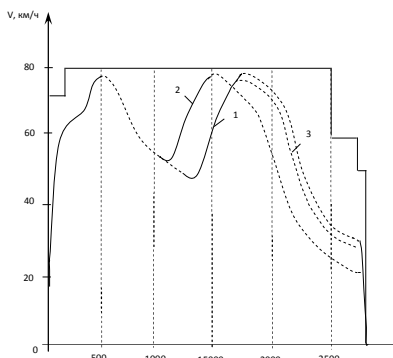


Рис. 4.5 Оптимальные траектории движения

Таблица 4-1
Параметры траекторий движения поезда

№	$T_{ХП}$, с	A, кВт·ч	$S_{1\text{выкл}}$, м	$S_{2\text{вкл}}$, м	$S_{2\text{выкл}}$, м
1	190	55,0	485	1335	1735
2	200	53,2	485	1110	1510
3	200	53,5	485	1335	1695

№ - № траектории; $T_{ХП}$ - Время хода по перегону, с;

A - Расход электро- энергии кВт·ч

$S_{1\text{выкл}}$ - Координата первого выключения тяговых двигателей, м

$S_{2\text{вкл}}$ - Координата второго включения тяговых двигателей, м

$S_{2\text{выкл}}$ - Координата второго выключения тяговых двигателей, м

Глава V

5 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭНЕРГООПТИМАЛЬНЫХ РЕЖИМОВ ВЕДЕНИЯ ПОЕЗДОВ МАГИСТРАЛЬНЫХ ЖЕЛЕЗНЫХ ДОРОГ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЧИСЛЕННЫХ МЕТОДОВ ОПТИМИЗАЦИИ

5.1 *Опыт использования численных методов оптимизации для выбора оптимальных режимов ведения поездов*

Достоинством аналитических методов оптимизации режимов ведения поездов является достаточная быстрота расчетов, что позволяет использовать их на борту подвижного состава для упреждающих расчетов программ движения для систем автоведения поездов. Недостатком аналитических методов оптимизации режимов ведения поездов является отсутствие возможности точного моделирования объекта управления, к которым относится: ступенчатое, позиционное (дискретное) управление силой тяги локомотивов; учет реальной модели пуска и торможения подвижного состава; моделирование реального алгоритма регуляторов скорости; учет ограничений на число переключений режимов ведения и других особенностей подвижного состава с дискретным управлением тягой и торможением. Кроме того для убыстрения процесса расчета при аналитических методах оптимизации часто делается допущение на постоянство КПД двигателей. Использование численных методов оптимизации режимов ведения поездов позволяет устранить указанные недостатки аналитических методов, но при этом требуется большее время решения задачи на ЭВМ.

С появлением в шестидесятых годах на сети железных дорог. ЭВМ появились работы по использованию численных методов оптимизации режимов ведения поездов. В работе [29] описывается возможность выбора оптимального управления локомотивом по критерию эксплуатационных расходов методом, названным «Киевский веник». Алгоритм оптимизации основан на принципе последовательного анализа вариантов по следующему правилу: «если в результате двух различных управлений на некотором отрезке участка мы приходим к концу этого отрезка с одинаковыми скоростями, то вариант с меньшими эксплуатационными расходами остается для дальнейшего продолжения, а второй вариант отбрасывается». Это правило является следствием принципа оптимальности Беллмана и применяется в динамическом программировании[30].

В [31] на основе принципа оптимальности Беллмана представлен алгоритм выбора оптимального режима ведения поезда при электрической тяге по критерию минимума приведенных затрат. В [32] на основе метода динамического программирования изложен быстродействующий алгоритм построения оптимальных кривых движения поезда для производства вариантных тяговых расчетов с целью анализа влияния различных факторов на расход энергии и время хода поезда. Быстродействие алгоритма обеспечивается за счет того, что предварительно по известным характеристикам локомотива и поезда для каждого целочисленного значения уклона профиля вычисляются значения приращения времени и энергии, входящие в формулу критерия оптимизации.

В [33] поставлена и методом дискретного варианта динамического программирования решена задача определения энергооптимальных режимов ведения поездов с электровозной тягой при заданном времени хода по перегону и проведено исследование влияния вариаций массы поезда, напряжения на токоприемнике локомотива, основного сопротивления движению поезда на оптимальные траектории движения. В [34, 35] рассматривается вопрос расчета оптимального по расходу топлива управления пассажирского поезда на тепловозной тяге с использованием аппарата нелинейного программирования методом случайного поиска.

5.2 Определение оптимальных режимов ведения поездов с электровозами с позиционным (дискретным) управлением методом динамического программирования.

Большинство электровозов и тепловозов, эксплуатируемых на магистральных железных дорогах России, не имеют регуляторов скорости и управление движением поезда осуществляется путем выбора позиции управления $N(S)$. Для электровозов, тепловозов, имеющих дискретное (позиционное) регулирование силы тяги, процесс поиска оптимальной траектории движения является многошаговым, естественно разделенным на стадии (шаги). Наиболее целесообразно для численного расчета на ЭВМ оптимальных режимов движения поездов использовать дискретный вариант метода динамического программирования,

Динамическое программирование представляет собой математический метод оптимизации многошаговых процессов. Рассмотрим

применение его для решения задачи определения оптимальных по расходу электроэнергии программ движения поездов при заданном перегонном времени хода. Весь участок пути разделим на отрезки длиной $s_{шт}$, которые при дальнейшем изложении будем называть *шагом варьирования управления*. В конце каждого такого шага возможно изменять управление т.е. позицию контроллера.

На каждом шаге варьирования управления профиль пути и допустимая скорость должны быть неизменными. Чтобы это условие выполнялось, координаты шагов варьирования управления должны совпадать с координатами концов элементов профиля и границами изменения допустимой скорости. Допустимое значение шага варьирования режимов в большинстве случаев принимается равным 10-20 м для электропоездов метрополитена и 200 м для пассажирских поездов. Допустимый шаг варьирования управления определяется для подвижного состава каждого типа на основании исследований его влияния на процесс оптимизации: чем меньше шаг, тем меньше отклонение найденной траектории от идеальной оптимальной, но больше время счета.

В терминах динамического программирования задача определения оптимальной по расходу энергии траектории движения поезда формулируется следующим образом. На каждом шаге требуется найти такое управление, чтобы расход энергии на всем перегоне был бы минимальным при выполнении заданного времени хода (2.11), граничных условий s и v , ограничений на фазовые координаты (2.6) и ограничений на управление (2.8). Решение задачи методом динамического программирования основывается на принципе оптимальности, сформулированном Р. Беллманом [30]. Суть его заключается в постепенной пошаговой оптимизации процесса, но с учетом всех последствий. Задача сводится к минимизации целевой функции

$$H(v_1, \dots, v_m, T_1, \dots, T_m, N_1, \dots, N_m) = \sum_{i=1}^m \Delta A_i(v_i, T_i, N_i) \quad (5.1)$$

где V_j , T_j , N_j - соответственно скорость, время хода, позиция управления на i -м шаге - число шагов варьирования режимов на перегоне; ΔA_i - расход энергии на i -м шаге варьирования управления. Минимальное значение целевой функции за i шагов обозначим как $f_i(v_i, t_i)$, где t_i - время хода поезда к концу i -го шага.

Основное функциональное уравнение динамического программирования для рассматриваемой задачи на основе принципа оптимальности

$$f_i(v_i, t_i) = \min_{N_i} [f_{i-1}(v_{i-1}, t_{i-1}) + \Delta A_i(v_i, T_i, N_i)] \quad (5.2)$$

где $f_{i-1}(v_{i-1}, t_{i-1})$ - минимальное значение целевой функции за $i-1$ шагов. Для учета изопериметрического ограничения за заданное время хода по перегону (2.12) вводится множитель Лагранжа λ , который, кроме того, понижает размерность задачи. При этом уравнение (5.2) принимает следующий вид:

$$f_i(v_i) = \min_{N_i} [f_{i-1}(v_{i-1}) + \Delta A_i(v_i, T_i, N_i) + \lambda T_i] \quad (5.3)$$

Уравнение (5.3) представляет собой рекуррентное соотношение, которое дает связь между i -м и $i-1$ -м шагами и позволяет организовать вычисления на ЭВМ. Решать задачу оптимизации траектории возможно как в направлении, обратном движению поезда (решение с конца, применяемое в большинстве задач), так и в направлении движения поезда (решение с начала) [36]. Последнее предпочтительнее для организации процесса вычислений.

Для определения оптимальной по расходу энергии программы движения поезда весь рассматриваемый диапазон скоростей от $v_{\text{ВГ}}$ до $v_{\text{НГ}}$ разбивают с шагом, равным, например, 1 км/ч, и получают скоростную сетку. Здесь $v_{\text{ВГ}}$ - верхняя граница рассматриваемых скоростей, она принимается равной максимальной скорости на данном шаге; $v_{\text{НГ}}$ - нижняя граница, которая, как правило, принимается на 30 - 50 км/ч меньше $v_{\text{ВГ}}$. В диапазоне скоростей 30 - 50 км/ч оказывается возможным получить заданные времена хода и сократить время расчета по сравнению с затрачиваемым при рассмотрении всего диапазона скоростей.

Построение траектории движения поезда внутри шага варьирования управления производится на основании результатов решения уравнения движения поезда.

В конце каждого шага сравниваются варианты траекторий движения поезда, V построенные при различных возможных управлениях, (позициях управления) по критерию (5.3), причем только те траектории, которые попадают в конце шага в один диапазон скоростной сетки. Для дальнейшего расчета остаются варианты, имеющие минимальное значение критерия оптимизации; остальные траектории не рассматриваются. Параметры этих перспективных (условно оптимальных) траекторий сохраняются в памяти ЭВМ для

каждого шага. Максимальное число перспективных вариантов на каждом шаге равно числу диапазонов сетки скоростей. Начальное состояние поезда на i -м шаге принимается равным конечному на $i - 1$ -м шаге. При расчете траектории движения поезда внутри шага проверяется выполнение ограничений. В случае невыполнения их эти варианты исключают из дальнейшего рассмотрения. На последних шагах и перед ограничениями скорости траектории движения сравниваются с допустимой, реализуемой в режиме торможения, которая определяется в процессе расчета или предварительно рассчитывается, начиная с конца перегона, и запоминается в памяти ЭВМ.

По указанной схеме ведется расчет траекторий до последнего, i -го шага. На последнем шаге выбирается одна траектория, для которой минимально значение критерия оптимизации и скорость поезда в конце шага равна заданной. Полученная оптимальная траектория движения зависит от принятого значения множителя Лагранжа. Если время хода по перегону удовлетворяет заданному, то производится считывание оптимальной траектории движения из памяти ЭВМ в направлении, обратному движению поезда. Зная состояние Z_m^k поезда в конце шага m и управление на этом шаге N_m , можно найти состояние Z_m^H , поезда для начала шага m , которое равно состоянию Z_{m-1}^k в конце шага $m - 1$. Выбирая из памяти ЭВМ оптимальное управление на шаге $m - 1$ для состояния Z_{m-1}^k определим Z_m^H и так далее до 1-го шага.

Возможны два варианта восстановления оптимальной траектории. Если при расчете перспективных вариантов траекторий движения запоминались в памяти ЭВМ все необходимые параметры, характеризующие движение поезда (скорость, путь, время, позиция управления контроллера), то после выбора из памяти ЭВМ оптимальная траектория может быть выдана на печать. Возможен вариант, когда запоминаются только управления для перспективных вариантов. В этом случае после восстановления последовательности управления для оптимальной траектории производится ее расчет в направлении от начала к концу с целью получения необходимых параметров, характеризующих движение поезда.

Как было сказано, время хода поезда, получаемое в результате решения оптимальной задачи, зависит от λ : с увеличением λ оно уменьшается. Универсальной методики выбора λ нет. Для каждой конкретной задачи принимается своя методика. Зная два значения λ_1 ,

λ_2 и соответствующие им времена хода T_{x1} , T_{x2} , для выбора нужного значения λ можно воспользоваться интерполяционной формулой

$$\lambda = \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{T_{x2} - T_{x1}} (T_x - T_{x1}) + \lambda_1. \quad (5.4)$$

Исследование оптимальных по расходу электроэнергии программ движения пассажирских поездов при заданном времени хода без ограничения на число переключений позиций управления показало (кривая 1 рис. 5.1 а), что число переключений ходовых позиций в этом случае выше (два-три на 1 км пути), чем при ручном управлении. Это приводит к повышенному износу коммутационной аппаратуры электровоза и увеличению объема программ САВПШ.

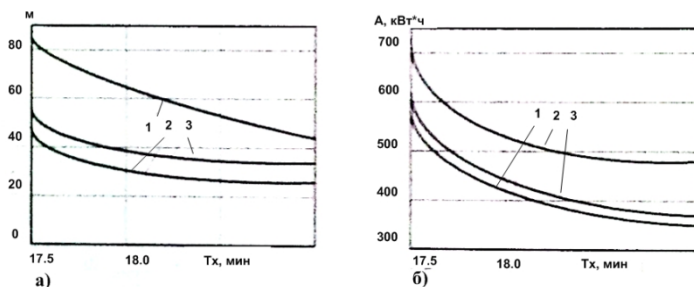


Рис. 5.1 Зависимости числа переключений позиций управление (а) расхода электроэнергии (б) от времени хода.

Для исследования влияния числа переключений позиций управления на режимы движения пассажирского поезда были определены оптимальные по числу переключений траектории движения при заданном времени хода. Задача формулируется следующим образом: найти последовательность позиций управления из допустимого диапазона - $1 \leq N_i \leq N_{\max}$ и соответствующей ей траектории движения поезда $t_{\Pi}(s)$, $v_{\Pi}(s)$, которые должны удовлетворять минимальному числу переключений ходовых позиций

$$M = \min_{N_i} \sum_{i=1}^m \Delta M_i(N_i), \quad (5.5)$$

где N_i - позиция контроллера на i -м шаге варьирования члеавления; ΔM_i - число переключений ходовых позиций на i -м шаге варьирования управления; m - число шагов варьирования управления на перегоне.

Под *позицией управления* понимается ходовая позиция контроллера в режиме тяги; в режиме выбега (условно считается $N=0$), в режиме торможения ($N=-1$). При этом время хода по перегону должно быть равно заданному значению

$$T_x^3 = \sum_{i=1}^m T_i. \quad (5.6)$$

где T_i - время хода поезда на i - м шаге варьирования управления.

Траектория движения поезда должна удовлетворять граничным условиям, заданным ограничениям на фазовые координаты и управление.

Для учета изопериметрического условия применяется метод неопределенных множителей Лагранжа; при этом вместо критерия (5.5) минимизируется критерий

$$M^* = \min_{N_i} \sum_{i=1}^m (\Delta M_i + \lambda T_i) \quad (5.7)$$

Основное функциональное уравнение динамического программирования принимает следующий вид:

$$M_i^*(v_i) = \min_{N_i} [M_{i-1}^*(v_{i-1}) + \Delta M_i(v_i, N_i, T_i) + \lambda T_i(v_i, N_i)] \quad (5.8)$$

где M_i^* , M_{i-1}^* - оптимальное значение критерия оптимизации к концу i - го i — 1-го шагов варьирования управления.

Результаты исследований показали, что оптимальное число переключений ходовых позиций (кривая 2 на рис.5.1, а) примерно в 2 раза меньше их числа, полученного при траекториях, оптимальных по расходу электроэнергии. Оптимальный расход электроэнергии (кривая 1 на рис. 5.1, б) на 40 - 20 % меньше затрат энергии, полученных при оптимизации по числу переключений ходовых позиций (кривая 2 на рис. 5.1, б). Следовательно, нельзя рассчитывать программы движения поезда по минимуму числа переключений позиций, так как это приведет к большому расходу электроэнергии.

Проведенный анализ указанных критериев оптимизации программ показывает, что при решении данной задачи следует применять *обобщенный критерий $G(A, M)$* , учитывающий расход электроэнергии и число переключений позиций управления.

Существуют различные принципы определения обобщенных критериев. Обобщенный критерий можно выразить в следующем виде

$$G = c_1 A + c_2 M,$$

где c_1, c_2 - весовые коэффициенты соответственно расхода электроэнергии и числа переключений позиций управления.

Так как нахождение весовых коэффициентов затруднено, данный метод практически не применим в рассматриваемом случае. Для решения данной задачи принят наиболее простой метод: один из критериев, в данном случае расход электроэнергии (как наиболее важный), принимают за основной, а число переключений позиции управления учитывается в виде ограничения.

Задача решается дискретным методом динамического программирования. Ищется такая последовательность позиций управления $N_{\Pi}(s)$ из допустимой области $1 \leq N \leq N_{\max}$ и соответствующие этому управлению траектории движения поезда $t_{\Pi}(s)$ и $v_{\Pi}(s)$, которые должны иметь заданное время хода по перегону, определяемое выражением (5.6), и минимальный расход электроэнергии на тягу:

$$A = \min_{N_i} \sum_{i=1}^m U_{Ti} I_i^{\partial} T_i = \min_{N_i} \sum_{i=1}^m \Delta A_i \quad (5.9)$$

где U_{Ti} , I_i^{∂} , T_i - соответственно напряжение на токоприемник, ток электровоза, время хода на i -м шаге варьирования; ΔA_i - расход электроэнергии на тягу на i -м шаге варьирования управления.

Кроме того, должно выполняться ограничение на МЗ-заданное число переключений ходовых позиций

$$M_3 \geq \sum_{i=1}^m \Delta M_i \quad (5.10)$$

где ΔM_i - число переключений позиций управления на i -м шаге варьирования управления.

Траектории движения поезда должны удовлетворять ограничениям по скорости, току двигателя, силе тяги и торможения, граничным условиям по скорости. Поставленная задача определения оптимальных программ движения пассажирского поезда относится к *классу вариационных задач с двумя изопериметрическими условиями* (5.6) и (5.10), имеющими закрепленные границы, ограничениями типа неравенств, и объектом управления, описанными нелинейными уравнениями. Применяя метод неопределенных множителей Лагранжа для учета изопериметрических условий (5.6) и (5.10) переходим к новому критерию оптимизации:

$$A^* = \sum_{i=1}^m (\Delta A_i + \lambda_1 T_i + \lambda_2 \Delta M_i). \quad (5.11)$$

При этом получаем следующие основное функциональное уравнение:

$$A_i^*(v_i) = \min_{N_i} [A_{i-1}^*(v_{i-1}) + \Delta A_i(v_i, N_i, T_i, \Delta M_i) + \lambda_1 T_i(v_i, N_i) + \lambda_2 \Delta M_i(v_i, N_i)], \quad (5.12)$$

где A_i^* , A_{i-1}^* оптимальное значение критерия оптимизации к концу i -го и $i-1$ -го шагов варьирования; λ_1 , λ_2 - множители Лагранжа.

На рис. 5.2 представлена *модульная блок-схема алгоритма оптимизации режимов ведения поездов*. Рассмотрим кратко структуру и назначение модулей. В модуле 1 выполняется ввод характеристик электровоза и участка пути. В модуле 2 осуществляется пересчет характеристик электровоза. Представление характеристик двигателя в виде зависимости $F_d(v, N)$, как это делается в Правилах тяговых расчетов (ПТР), не позволяет выполнять расчеты для различных напряжений на токоприемнике и учитывать потери напряжения в реостатах. Поэтому используется метод расчета по характеристикам $F_d(I_d, N)$ и зависимостям магнитного потока двигателя от его тока $\Phi_d(I_d, N)$, на которые не влияет напряжение на двигателе (см. гл. 1).

В модуле 3 производится кусочно-линейная аппроксимация характеристик $F_d(I_d)$, $\Phi_d(I_d)$.

В модуле 4 определяется шаг варьирования управления и шаг интегрирования. Шаг интегрирования принят равным 10 м, шаг варьирования управления - 200 м. Иногда значение шагов принимают меньше допустимых, когда до конца элемента профиля и до точек смены допустимых скоростей остается путь, меньший указанного.

Вся информация о состоянии объекта (скорость, время хода, значение критерия оптимизации, текущая позиция управления, программная позиция, число переключений позиций, номер столбца исходного варианта траектории на предыдущем шаге варьирования управления) записывается в матрицы ТА и ТВ размером 7x30. В матрицу ТВ записывается информация варианта траектории на момент начала варьирования, а в матрицу ТА - для конца шага варьирования. Число строк в матрицах определяется числом параметров информации' характеризующей вариант траектории движения поезда, число столбцов равно числу уровней рассматриваемой скоростной сетки, которая, например принята равной 30 км/ч с дискретностью 1 км/ч.

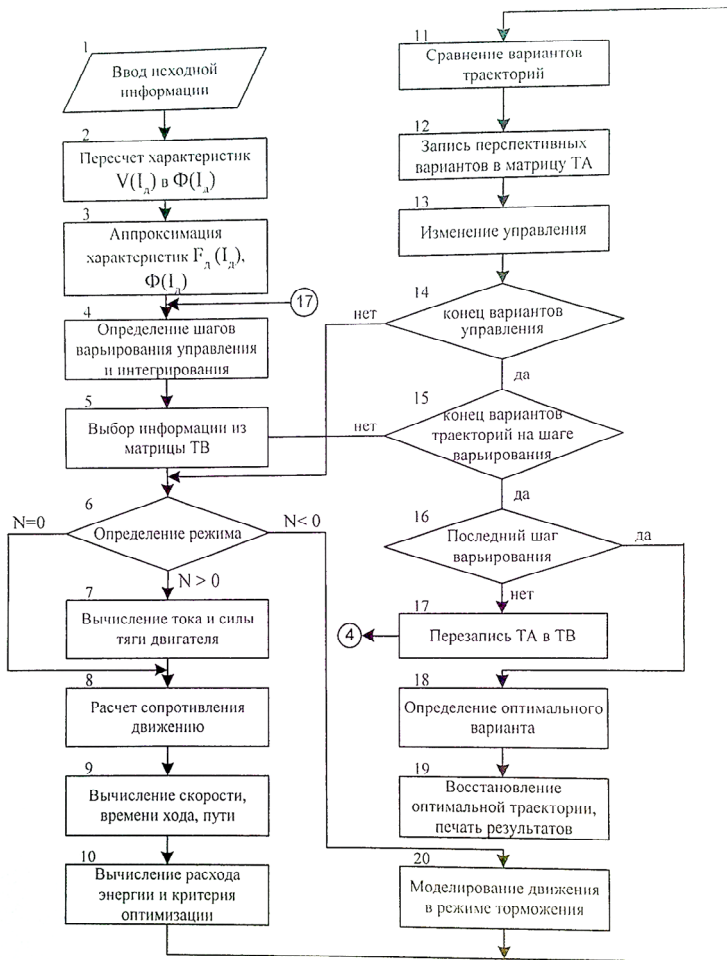


Рис. 5.2 Модульная блок-схема алгоритма определения оптимальных режимов ведения поездов с -электровозами с позиционным управлением

В модуле 5 из матрицы ТВ выбирается информация очередного варианта траектории движения поезда.

В модуле 6 определяется режим ведения поезда. В случае тяги в модуле 7 рассчитывается ток двигателя и сила тяги двигателя.

В модуле 8 рассчитывается основное сопротивление движению поезда в режиме тяги и в режиме выбега.

В модуле 9 производится расчет скорости, времени хода, расхода электроэнергии на каждом шаге интегрирования и параметры, характеризующие движение поезда в конце шага варьирования управления. Для решения уравнения движения поезда применяется метод Эйлера с интегрированием по пути.

$$v_j = v_{j-1} + \frac{\xi \Delta s_j}{v_{j-1}} \left[\frac{F_{ja}(n_i) - w_{OЭ}(v_{j-1})P - w_{OB}(v_{j-1})Q - B_T}{P + Q} - w_D(s) \right]; \quad (5.13)$$

$$t_i = t_{i-1} + T_i = t_{i-1} + \sum_{j=1}^n T_j = t_{i-1} + \sum_{j=1}^n \Delta s_j / [0,5(v_j + v_{j-1})]; \quad (5.14)$$

$$N_i = N_{i-1} + \Delta N_i; \quad (5.15)$$

$$M_i = M_{i-1} + \Delta M_i, \quad (5.16)$$

где v_j, v_{j-1} - скорость поезда соответственно в конце j -го и $j - 1$ — го шагов интегрирования; Δs_j - шаг интегрирования по пути; $F_{jэ}$ - сила тяги электровоза; $w_{OЭ}$ и w_{OB} - удельное основное сопротивление движению соответственно электровоза и состава (вагонов); T_j - время хода на j -м шаге интегрирования; ΔN_i - изменение позиции управления на i -м шаге варьирования; M_i - число переключений позиций управления к концу i -го шага варьирования, n - число шагов интегрирования на j -ом шаге варьирования управления.

При решении уравнения движения поезда методом Эйлера ток двигателя, сила тяги и сопротивление движению поезда принимаются постоянными на шаге интегрирования для скорости, принятой в начале шага.

В модуле 10 определяется расход электроэнергии на шаге варьирования управления

$$\Delta A_i = \sum_{j=1}^n U_j I_j^э T_j, \quad (5.17)$$

где U_j - напряжение на токоприемнике электровоза на j -м шаге интегрирования; $I_j^э$ - ток электровоза на j -м шаге интегрирования.

Критерий оптимизации вычисляется по формуле (5.11). В конце шага варьирования управления варианты траекторий движения поезда, попавшие в одну скоростную сетку, сравниваются в модуле 11 по критерию (5.12). Если новый вариант траектории имеет меньшее значение критерия, то он записывается в соответствующий столбец матрицы ТА как перспективный для дальнейших расчетов (модуль 12). В противном случае исследуемый вариант траектории исключается из рассмотрения.

При исследовании различных траекторий движения для каждого состояния поезда на рассматриваемом шаге варьирования производится моделирование ведения поезда на различных позициях.

В модуле 13 осуществляется изменение номера позиции управления. Если в начале шага варьирования позиция контроллера не достигла заданной ходовой, то моделируется движение на реостатных позициях с последовательным переходом с одной на другую до достижения заданной ходовой.

Если движение поезда на $i - 1 - m$ шаге варьирования осуществлялось в режиме тяги и главный контроллер достиг программной ходовой позиции N_{i-1} , то на $i - m$ шаге исследуются следующие режимы управления: $N_i = N_{i-1}$; $N_i = N_{i-1} - 1$; $N_i = N_{i-1} + 1$; $N = 0$ - выбег. Если на $i - 1 - m$ шаге движение осуществлялось на выбеге т.е. $N_{i-1} = 0$, то на $i - m$ шаге моделируется движение в режимах $N_i = 0$, $N_i = N(v)$. При движении в режиме торможения $N_{i-1} = -1$; моделируется движение в режимах $N_i = -1$, $N_i = 0$. В режиме торможения используется упрощенная модель движения (модуль 20), исходя из условия равнозамедленного движения.

В конце шага варьирования управления, когда все варианты траекторий движения поезда, записанные в матрицу ТВ, исследованы, (проверка производится в модулях 14 - 16), производится перезапись информации из матрицы ТА в матрицы ТВ и ТС (модуль 17). В матрице ТС хранится информация о перспективных вариантах траекторий движения поезда для всех шагов варьирования управления, начиная с первого по ходу движения. На последнем, $i - m$ шаге определяется один оптимальный вариант траектории движения поезда (модуль 18). Далее в направлении с конца к началу производится восстановление оптимальной траектории движения, которая выводится на печать (модуль 19). Полученная траектория движения поезда зависит от принятых значений неопределенных множителей Лагранжа. Величины λ_1, λ_2 выбираются так, чтобы выполнялись условия (5.5) и (5.6). Первоначально подбирается значение λ_2 для выполнения

условия (5.5). Для выполнения заданного времени хода по перегону при выбранном значении λ_2 методом итерации выбирается значение λ_1 .

Применение рационально выбранного ограничения на число переключений позиций управления (5.10) позволяет получить траектории движения пассажирского поезда с расходом энергии всего лишь на 1% выше минимального, полученного по критерию минимума расхода энергии без учета ограничения (5.10); при этом число переключений примерно на 40% - 50% ниже, чем в случае оптимизации по расходу энергии (кривая 3 на рис. 5.1, б). Следовательно, учет ограничения (5.10) позволяет получить программы движения САВП кватзиоптимальные по расходу электроэнергии и числу переключений позиций управления.

В отечественной и зарубежной практике намечается тенденция создания электровозов с регуляторами скорости, что облегчает труд машиниста. При внедрении систем автоведения на электровозах, не имеющих регуляторов скорости, целесообразно использовать двухконтурные САВП с целью унификации систем автоведения. Для систем автоведения поездов с регуляторами скорости программами движения являются зависимости времени хода $t_{\Pi}(s)$ и уровня скорости от пути $v_V^{\Pi}(s)$. Следовательно, управлением в данном случае является уровень скорости, задаваемый регулятору скорости и координата перехода с режима поддержания скорости на длительный выбег $s_B^{\Pi}(s)$. Так как заданное время хода должно быть больше минимального для создания ресурса регулирования, то зависимость $v_D(s)$ не может быть использована в качестве $v_V^{\Pi}(s)$ и требуется оптимизировать поиск программ движения.

Использование дискретного варианта метода динамического программирования для поиска оптимальных режимов ведения поездов с электровозами, оборудованными регуляторами скорости, по сравнению с аналитическими методами оптимизации позволяет путем точного моделирования регулятора учесть алгоритм регулирования скорости при выборе уравнений скорости.

Задача формуруется следующим образом. Требуется найти такое управление (здесь это последовательность уравнений скорости в допустимой области $0 < v_{y_i} < v_D(s)$ и последовательность координат перехода на длительный выбег перед снижением ограничений скорости $0 < s_{b_i} < s_K$), при котором будет минимальным расход электроэнергии (5.9) при заданном времени хода по перегону (5.6),

ограничениях на скорость, силу тяги, ток двигателя, граничных условиях и ограничении на число изменений уровней скорости:

$$B_3 \geq \sum_{i=1}^m \Delta B_i, \quad (5.18)$$

где m - число шагов варьирования уровней скорости; ΔB_i - число изменений уровней скорости на i - м шаге варьирования управления.

Ограничение на число изменений уровней скорости (5.18) принято с целью улучшения динамики движения поезда. Движение объекта описывается системой разностных уравнений (5.13) и (5.14) и следующими уравнениями

$$v_{yi} = v_{y(i-1)} + \Delta v_{yi}, \quad (5.19)$$

$$B_i = B_{i-1} + \Delta B_i, \quad (5.20)$$

где v_{yi} - уровень скорости, заданной регулятору соответственно на i - м и $i - 1$ -м шагах варьирования управления; Δv_{yi} - изменение уровня скорости на i - м шаге; B_i - число изменений уровней скорости от начала движения к концу i - го шага.

Применяя метод множителей Лагранжа для понижения размерности задачи, основное функциональное уравнение динамического программирования принимает следующий вид:

$$A_i^*(v_{yi}) = \min_{v_{yi}} [A_{i-1}^*(v_{y(i-1)}) + \Delta A_i(v_{yi}, T_i, \Delta B_i) + \lambda_1 T_i + \lambda_2 \Delta B_i] \quad (5.21)$$

При решении уравнения движения поезда за независимую переменную принят путь. В связи с тем что закон управления регулятора скорости оказывает влияние на характер оптимальной траектории движения подробно моделируется его работа. Алгоритм определения оптимальной по расходу энергии траектории движения пассажирского поезда с электровозом (рис. 5.3), составлен применительно к релейному импульсному регулятору скорости для ступенчатого изменения силы тяги. Ход решения задачи в направлении движения поезда. Чтобы расчет можно было вести при любом напряжении на токоприемнике, характеристика электровоза $v(I_D)$ пересчитывается в блоке 2 в зависимость $s\Phi(I_D)$.

В этом же блоке производится кусочно-линейная аппроксимация $s_{\text{ФД}}$ и $F_{\text{Д}}(I_{\text{Д}})$. В блоке 3 осуществляется формирование матрицы исходного состояния, обозначенной ТВ, которая имеет размерность 13×20 , где число строк определяется числом параметров информации о перспективном варианте траекторий движения, а число столбцов равно числу уровней рассматриваемых скоростей v_{yi} . Дискретность v_{yi} принята равной 5 км/ч. В матрице ТВ хранится информация о перспективных вариантах траекторий движения для начала шага варьирования управления. Результаты расчета к концу шага варьирования записываются в аналогичную матрицу ТА.

В блоке 4 определяется шаг варьирования уровней скорости $s_{\text{ШВ}} < 500\text{м}$ и шаг интегрирования $\Delta s, < 10\text{м}$. Границы элементов профиля должны обязательно совпадать с концом шага варьирования и интегрирования. В блоке 5 из матрицы ТВ выбирается столбец исходной информации (параметров), характеризующий очередной вариант траектории движения на момент начала шага варьирования управления. Максимальное возможное число перспективных вариантов траекторий движения, записанных в матрицу ТВ, принято равным 20, что соответствует диапазону рассматриваемых скоростей, равному 100 км/ч. В блоке 6 определяется режим ведения поезда рассматриваемого варианта траектории движения. Принято следующее обозначение режимов ведения поезда: $N > 1$ - тяга; $N = 0$ - выбег, $N = -1$ - торможение. В блоке 7 вычисляется основное сопротивление движению электровоза в режиме тяги, в блоке 8 — напряжение на токоприемнике с учетом падения напряжения в контактной сети. Далее вычисляется напряжение на двигателе в зависимости от схемы соединения двигателей и ток двигателя $I_{\text{Д}}$ (блок 9). Если $I_{\text{Д}} > I_{\text{Д}}^{\text{max}}$, производится уменьшение номера позиции управления. В блоке 10 вычисляется удельная сила тяги электровоза, в блоке 11 - сопротивление движению состава и поезда, в блоке 12 - скорость в конце шага интегрирования, время хода на шагах интегрирования и варьирования управления. Далее производится сравнение v_j с допустимой скоростью (блок 13). Если $v_j < v_{\text{Д}}(s)$ в блоке 14 рассчитывается расход электроэнергии и критерий оптимизации. Если $v_j > v_{\text{Д}}(s)$, вариант исключается из рассмотрения.

В блоке 15 определяется возможность изменения позиции контроллера. В связи с тем что регулятор скорости является импульсным, проверка изменения N_j производится циклически с выбранным тактом регулятора T_p . В блоке 16 производится изменение

позиции контроллера, если отклонение скорости от заданного уровня v_{yi} , превышает зону нечувствительности регулятора скорости $\Delta v_{нч}$. При поддержании скорости регулятором используются только ходовые позиции. Переход с одной ходовой позиции на другую осуществляется под действием местной локомотивной автоматики. В программе расчетов моделируется процесс перехода с позиции на позицию с учетом движения поезда на каждой промежуточной реостатной позиции. В случае необходимости для поддержания скорости, кроме режима тяги, используются режимы выбега и торможения.

В блоке 17 определяется момент конца шага варьирования уровней скорости. В этот момент в блоке 18 производится сравнение вариантов траекторий по критерию

(5.21) и запись (блок 19) перспективного варианта в матрицу ТА, аналогичную ТВ. В блоках 20, 21 осуществляется изменение исследуемого уровня скорости v_y . На каждом шаге варьирования исследуется движение на пяти различных уровнях $k_y = 5$ и в режиме выбега или торможения. В блоке 23 определяется момент, когда будут исследованы все варианты k_B траекторий движения поезда, записанные в матрицу ТВ. Затем производится перезапись информации из ТА в ТВ и очистка матрицы ТА (блок 23). В блоке 24 определяется конец рассматриваемого участка.

На последнем шаге варьирования ищется единственный оптимальный вариант траектории движения, для которого скорость в конце шага равна v_K (блок 25). В блоке 26 восстанавливается оптимальная траектория в направлении, обратном движению поезда по информации, записанной в памяти. Печать параметров траектории для каждого шага варьирования производится в направлении движения поезда (блок 27) и заканчивается расчет (блок 28). В блоке 29 рассчитывается скорость и время хода в режиме торможения по закону равнозамедленного движения.

Полученная оптимальная траектория движения поезда определяется величинами λ_1 , λ_2 . Изменяя их, добиваются выполнения условия (5.6) и (5.18). Первоначально подбирается значение λ_2 для выполнения условия (5.18). Как показали исследования, диапазон изменения λ_2 равен $40 \div 60$, если измерять энергию в киловатт-час, а время хода - в секундах. Для выполнения заданного времени хода по перегону λ_2 принимается постоянным и методом итераций выбирается значение λ_1 . Диапазон изменения λ_1 равен $3-20$ кВтч/с.

С помощью разработанной модели можно исследовать влияние параметров регулятора скорости на оптимальные траектории движения поезда и выбрать их рациональные значения.

На рис.5.4 представлена оптимальная по расходу электроэнергии оптимальная программа движения $V_{\text{п}}(S)$ пассажирского поезда с электровозом ЧС2Т с регулятором скорости, где показана допустимая скорость на участке $V_{\text{д}}(S)$ и траектория разгона поезда $V(S)$.

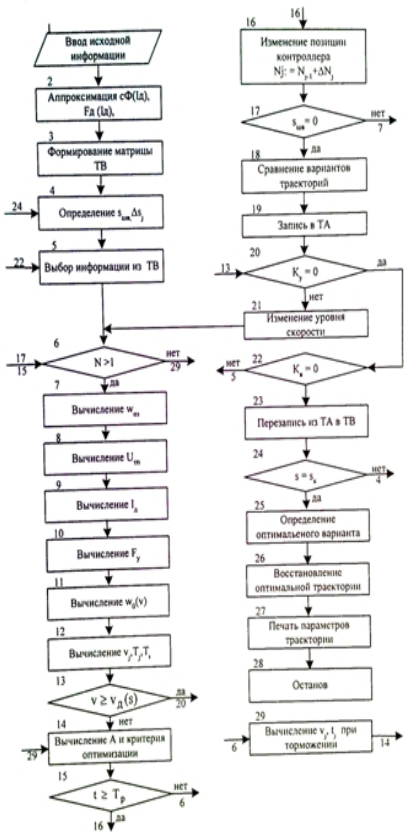


Рис. 5.3 Блок схема алгоритма

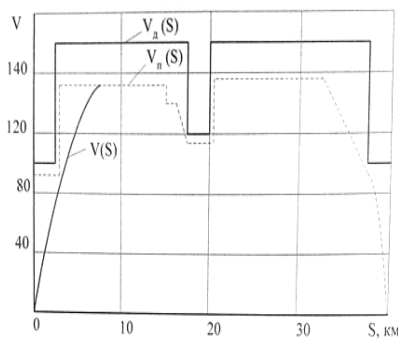


Рис. 7.4 Оптимальная траектория движения пассажирского поезда.

Рис. 5.4 Оптимальная траектория движения пассажирского поезда.

Глава VI

6 ОПТИМАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ УЧАСТКОВОГО ВРЕМЕНИ ХОДА НА ВРЕМЕНА ХОДА ПО ПЕРЕГОНАМ.

6.1 Аналитический метод оптимального распределения участкового времени хода поезда на времена хода по перегонам.

При составлении графика движения поездов решается задача распределения участкового времени хода на времена хода по перегонам. Аналогичная задача может решаться в реальном времени в системах автоведения, когда рассчитывается как компенсировать опоздание поезда путем уменьшения времен хода на оставшихся перегонках. В том случае, когда поезд опережает плановый график движения, рассчитывается, как распределить избыточное время между впереди лежащими перегонками с целью прихода в фиксированное время на заданную станцию.

Рассмотрим вначале первую из этих задач. Аналитическое решение распределения участкового времени хода на времена хода по перегонкам с целью минимизации расхода энергии на движение поезда по участку сводится к решению задачи поиска условного экстремума функции многих переменных.

Время движения поезда (не учитывая длительности стоянок на платформах) от начальной (B_0) до конечной (B_n) станции участка задано и равно $T_{уч}$. Между станциями B_0 и B_n имеются платформы $B_1, B_2, \dots, B_i, \dots, B_{n-1}$, у которых поезд останавливается.

Назовём i -том перегонком путь от B_i до B_{i+1} . Обозначим время хода поезда по этому перегону T_{Xi} . Заданное время хода поезда по всему участку:

$$T_{уч} = \sum_{i=0}^{i=n-1} T_{Xi} \quad (6.1)$$

Зависимость расхода энергии A_i , затрачиваемой на движение поезда на каждом i -том перегоне от времени хода по данному перегону $A_i(T_{Xi})$ известна. Если заданное время хода по i -тому перегону T_{Xi} больше минимального, то существуют различные возможности управления поездом, реализующие заданное время хода. Очевидно, что с экономической точки зрения должен быть выбран оптимальный способ управления, обеспечивающий заданное время хода при минимальном расходе энергии на тягу. Эта задача была решена выше. В данном параграфе будем считать, что известная функция $A_i(T_{Xi})$ есть результат решения задачи оптимального управления поездом на перегоне при заданных временах хода T_{Xi} ; $T_{Xi}^{min} < T_{Xi} < T_{Xi}^{max}$, где T_{Xi}^{min} , T_{Xi}^{max} - соответственно минимальное и максимальное время хода поезда по i -тому перегону.

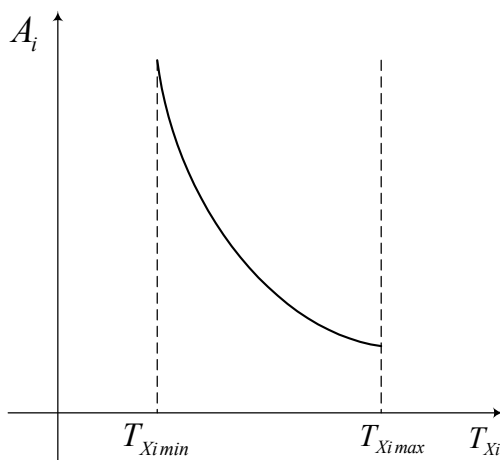


Рис. 6.1 Зависимость расхода энергии A_i на i -том перегоне от времени хода

С увеличением времени хода по данному перегону расход энергии, как правило, уменьшается (см. рис. 6.1). Например,

$$A_i(T_{Xi}) = \frac{\kappa_i}{T_{Xi}}. \quad (6.2)$$

Общий расход энергии, затрачиваемый поездом при движении по участку:

$$A_{yч} = \sum_{i=0}^{i=n-1} A_i(T_{X_i}) \quad (6.3)$$

Требуется распределить заданное участковое время хода $T_{yч}$, поезда на времена хода по перегонам так, чтобы общий расход энергии был минимален.

Формализуем поставленную задачу. Имеется функция n переменных $A_{yч} = f(T_{X_0}, T_{X_1}, \dots, T_{X_{(n-1)}})$ заданная выражением (6.3). Переменные $T_{X_0}, T_{X_1}, \dots, T_{X_{(n-1)}}$ связаны условием (6.1), т.е.

$$\varphi(T_{X_0}, T_{X_1}, \dots, T_{X_{(n-1)}}) = \sum_{i=0}^{i=n-1} T_{X_i} - T_{yч} = 0 \quad (6.4)$$

Требуется найти значение переменных $T_{X_0}, T_{X_1}, \dots, T_{X_{(n-1)}}$, при которых функция $A_{yч} = f(T_{X_0}, T_{X_1}, \dots, T_{X_{(n-1)}})$ достигает минимума и выполняется условие (6.1).

Используя λ - неопределённый множитель Лагранжа, запишем функцию $n+1$ переменного:

$$L(T_{X_0}, T_{X_1}, \dots, T_{X_{(n-1)}}) = A_{yч}(T_{X_0}, T_{X_1}, \dots, T_{X_{(n-1)}}) + \lambda \varphi(T_{X_0}, T_{X_1}, \dots, T_{X_{(n-1)}})$$

Необходимые условия минимума имеют вид:

$$\frac{\partial L}{\partial T_{X_i}} = \frac{\partial A_{yч}(T_{X_0}, T_{X_1}, \dots, T_{X_{(n-1)}})}{\partial T_{X_i}} + \lambda \frac{\partial \varphi(T_{X_0}, T_{X_1}, \dots, T_{X_{(n-1)}})}{\partial T_{X_i}} = 0,$$

$$i = 0, 1, \dots, n-1.$$

Так как функции $A_{yч}(T_{X_0}, T_{X_1}, \dots, T_{X_{(n-1)}})$ и $\varphi(T_{X_0}, T_{X_1}, \dots, T_{X_{(n-1)}})$ имеют вид соответственно (6.3) и (6.4), то необходимые условия минимума определяются выражениями:

$$\frac{\partial A_i(T_{Xi})}{\partial T_{Xi}} + \lambda = 0, \quad i = 0, 1, \dots, n-1$$

и

$$\lambda = -\frac{\partial A_i(T_{Xi})}{\partial T_{Xi}} \quad i = 0, 1, \dots, n-1$$
(6.5)

Откуда следует, что времена хода по перегонам для выполнения необходимых условий минимума выбираются из условия равенства соответствующих производных. Так как $A_i(T_{Xi})$ - убывающая функция, то $\frac{\partial A_i(T_{Xi})}{\partial T_{Xi}} < 0$, следовательно, $\lambda > 0$. Переходя

к малым приращениям, из (6.5) получаем: $\Delta A_i(T_{Xi}) \approx -\lambda \Delta T_{Xi}$.

Таким образом, физически λ - это коэффициент пропорциональности, показывающий как изменится расход энергии ΔA_i на тягу при движении поезда по i -тому перегону для случая изменения оптимального времени хода T_{Xi} на ΔT_{Xi} при условии $\Delta T_{Xi} \ll T_{Xi}$.

Если $A_i(T_{Xi})$ задано выражением (6.2), то

$$-\frac{\partial A_i(T_{Xi})}{\partial T_{Xi}} = \lambda = \frac{k_i}{T_{Xi}^2}, \quad i = 0, 1, \dots, n-1$$

Откуда

$$T_{Xi} = \sqrt{\frac{k_i}{\lambda}}$$
(6.6)

Значение неопределённого множителя Лагранжа определим из заданного условия (6.1):

$$T_{YЧ} = \sum_{i=0}^{i=n-1} T_{Xi} = \sum_{i=0}^{i=n-1} \sqrt{\frac{k_i}{\lambda}} = \frac{1}{\lambda} \sum_{i=0}^{i=n-1} \sqrt{k_i},$$

Откуда

$$\lambda = \frac{\left(\sum_{i=0}^{i=n-1} \sqrt{k_i} \right)^2}{T_{YЧ}^2}$$

И в соответствии с (6.6)

$$T_{X_i} = \frac{\sqrt{k_i}}{\sum_{i=0}^{i=n-1} \sqrt{k_i}} \cdot T_{Yq}, \quad i = 0, 1, \dots, n-1$$

Обозначив $\frac{\sqrt{k_i}}{\sum_{i=0}^{i=n-1} \sqrt{k_i}} = \beta_i$, получаем:

$$T_{X_i} = \beta_i \cdot T_{Yq}, \quad i = 0, 1, \dots, n-1 \quad (6.7)$$

В достаточности условий (6.5) для достижения минимума функции $A_{Yq}(T_{X0}, T_{X1}, \dots, T_{X(n-1)})$ можно убедиться непосредственными вычислениями.

Приведённый пример является аналитическим решением задачи распределения времени хода поезда по участку на времена хода по перегонам. Зависимости $A_i(T_{X_i})$ могут иметь вид, отличный от (6.2). При этом систему уравнений, заданную выражениями (6.4) и (6.5) относительно $n+1$ неизвестного $T_{X0}, T_{X1}, \dots, T_{X(n-1)}$ и λ в ряде случаев приходится решать численными методами.

В инженерной практики функции $A_i(T_{X_i})$ обычно задаются таблично. Поэтому приведённое аналитическое решение требует, вначале аппроксимации функций $A_i(T_{X_i})$. Ниже будет рассмотрено решение этой же задачи оптимального распределения участкового времени хода поезда по перегонам по критерию минимума расхода электроэнергии дискретным вариантом метода динамического программирования. Такое решение оптимизационной задачи учитывает два обстоятельства: во-первых табличную форму задания функции $A_i(T_{X_i})$, во-вторых, времена хода поезда по перегонам в графиках движения задаются с точностью до определённого временного интервала. В частности, в условиях метрополитена времена хода поездов по перегонам задаются с дискретностью 5 с. Вместе с тем, аналитический подход с методической точки зрения позволяет объяснить постановку оптимизационной задачи и ход её решения в рамках известных и привычных понятий математического анализа. Кроме того, физический смысл неопределённого множителя Лагранжа, который следует из выражения (6.5), полезен при решении ряда оптимизационных задач.

Несколько усложним задачу оптимального с энергетической точки зрения распределения участкового времени хода. Пусть на участке B_0, B_1, \dots, B_n имеются станции B_j, B_k, B_d ($j < k < d < n$), время прибытия поезда на которые выбрано из иных технологических требований. Назовём эти станции «маяковыми». Участок $B_0, B_1, \dots, B_j, \dots, B_k, \dots, B_d, \dots, B_n$, разделим на четыре подучастка B_0, \dots, B_j ; B_j, \dots, B_k ; B_k, \dots, B_d ; B_d, \dots, B_n . При фиксированных временах отправления от B_0 , прибытия на маяковые станции, длительностях стоянок, времена хода по подучасткам вычисляются просто. Для каждого из подучастков решается задача энергетически оптимального распределения времени хода. Таким образом задание маяковых станций не изменяет способа решения задачи.

Рассмотрим далее вторую задачу – задачу компенсации отклонения от заданного времени движения поезда, решаемую в системах автоведения. Пусть зафиксировано в начале j -ого перегона отклонение исполненного графика движения от планового на величину ${}^+\Delta T$. Оставшееся время хода поезда по маяковой (либо конечной) станции легко вычисляется. Это время распределяется между перегонами по тем же принципам, которые изложены при решении первой задачи.

Вместе с тем необходимость компенсации отклонения от заданного времени движения поезда на $(j-1)$ -ом перегоне путём оптимального по энергетическому критерию распределения оставшегося времени хода не всегда очевидна.

Альтернативным способом управления является компенсация времени отклонения движения поезда от планового графика как можно быстрее, вне зависимости от энергозатрат. По существу в этом случае выбор управления осуществляется по другому критерию – критерию минимума времени на компенсацию рассогласования между плановым и исполненным графиком.

Выбор критерия, по которому осуществляется управление, лежит вне рамок теории, используемой для решения оптимизационной задачи. На качественном уровне можно сказать, что энергетический критерий эффективен при наличии резервов пропускной способности. В том случае, когда имеет место движение поездов с небольшими запасами величины интервала попутного следования по сравнению с

минимально допустимым выбор критерия максимального быстрогодействия возможно предпочтителен.

Эффективность, получаемая от использования энергооптимального распределения участкового времени хода на времена хода по перегонам будет рассмотрена в § 6.3 и §6.4.

6.2 *Оптимальное распределение участкового времени хода на времена хода по перегонам методом динамического программирования*

Постановка задачи оптимального по критерию минимума энергозатрат на тягу поезда распределения времени хода по участку $T_{уч}$ на времена хода по перегонам была изложена в §6.1. Там же приведен оптимальный способ решение этой задачи. Учитывая, что обычно при составлении графика движения времена хода по перегонам и время хода по участку задаются с определенной дискретностью рассмотрим решение оптимизационной задачи для этого случая.

Изменение участкового времени хода находится в диапазоне

$$T_{уч}^{min} \leq T_{уч} \leq T_{уч}^{max},$$

где $T_{уч}^{min}$ - минимально возможное время хода по участку, равное сумме минимально возможных времен хода по всем n перегонам, составляющим рассматриваемый участок

$$T_{уч}^{min} = \sum_{i=1}^n T_{xi}^{min} \quad (6.8)$$

Здесь T_{xi}^{min} - минимальное время хода по i -ому перегону;

$T_{уч}^{max}$ - максимальное время хода по участку, равное сумме максимальных времен T_{xi}^{max} хода по всем n перегонам:

$$T_{уч}^{max} = \sum_{i=1}^n T_{xi}^{max},$$

Времена хода задаются с определенной дискретностью ΔT (в частности, для условий метрополитена $\Delta T = 5$ с). При заданной величине ΔT максимальное время хода по i -ому перегону

$$T_{xi}^{max} = T_{xi}^{min} + k_{max}\Delta T,$$

где k_{max} - целое число (в условиях метрополитена $k_{max} = 6$). Откуда

$$T_{yч}^{max} = \sum_{i=1}^n T_{xi}^{max} = \sum_{i=1}^n (T_{xi}^{min} + k_{max}\Delta T) = T_{yч}^{min} + nk_{max}\Delta T \quad (6.9)$$

Время хода по i -ому перегону удобно задавать в соответствии с выражением $T_{xi} = T_{xi}^{min} + k_i\Delta T$, где $0 < k_i < k_{max}$. Время хода по участку удобно представить в виде

$$T_{yч} = \sum_{i=1}^n T_{xi} = \sum_{i=1}^n (T_{xi}^{min} + k_i\Delta T) = T_{yч}^{min} + \Delta T \sum_{i=1}^n k_i, \text{ где } 0 < k_i < k_{max}.$$

Расход энергии A_i на тягу при движении поезда по i -ому перегону является функцией времени хода по этому перегону $A_i(T_{xi})$.

Функция $A_i(T_{xi})$ -убывающая, так как с ростом времени хода расход энергии на тягу уменьшается. Следовательно, минимальный расход энергии на тягу при движении поезда на i -ом перегоне имеет место при максимальном времени хода: $A_i^{min}(T_{xi}^{max})$. Максимальный расход энергии - на тягу при движении поезда по i -ому перегону имеет место при минимальном времени хода: $A_i^{max}(T_{xi}^{min})$.

Уменьшение времени хода поезда на i -ом перегоне на величину ΔT вызывает приращение расхода энергии на тягу на этом перегоне

$$\Delta A_i[j] = A_i[T_{xi}^{max} - j\Delta T] - A_i[T_{xi}^{max} - (j-1)\Delta T] \quad (6.10)$$

Так как $A_i(T_{xi})$ монотонно убывающая функция с положительной второй производной, то величина $\Delta A_i[j] > 0$ и монотонно возрастает с ростом j .

Расход энергии A_i на тягу при движении на i - ом перегоне задается в виде данных таблицы 6-1.

Таблица 6-1

T_{xi}	$A_i(T_{xi})$
T_{xi}^{max}	$A_i^{min}(T_{xi}^{max})$
$T_{xi}^{max} - \Delta T$	$A_i(T_{xi}^{max} - \Delta T)$
$T_{xi}^{max} - 2\Delta T$	$A_i(T_{xi}^{max} - 2\Delta T)$
.....
$T_{xi}^{min} = T_{xi}^{max} - k\Delta T$	$A_i^{max}(T_{xi}^{max} - k\Delta T)$

Расход энергии $A_{yч}$ при движении поезда по всему участку равен

$$A_{yч}(T_{yч}) = \sum_{i=1}^n A_i(T_{xi}),$$

когда

$$T_{yч} = \sum_{i=1}^n T_{xi}, \quad (6.11)$$

Минимальный расход энергии на участке соответствует максимальному времени хода

$$A_{yч}^{min}(T_{yч}^{max}) = \sum_{i=1}^n A_i^{min}(T_{xi}^{max}), \quad (6.12)$$

Максимальный расход энергии на участке соответствует минимальному времени хода

$$A_{yч}^{max}(T_{yч}^{min}) = \sum_{i=1}^n A_i^{max}(T_{xi}^{min}), \quad (6.13)$$

Представим расход энергии на i -ом перегоне в виде

$$A_i (T_x^i = T_{xi}^{max} - k\Delta T) = A_i^{min} + \sum_{j=1}^k \Delta A_i [j],$$

Тогда расход энергии на участке при заданных временах хода по перегонам имеет вид

$$A_{yч} [T_{yч} = \sum_{i=1}^n T_{xi}^{max} - \sum_{i=1}^n k_i \Delta T] = \sum_{i=1}^n A_i^{min} - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k \Delta A_i [j], \quad (6.14)$$

где $\Delta A_i [j]$ определяется для каждого i -ого перегона по формуле (2.10). Данные для вычисления $\Delta A_i [j]$ заданы в таблице 6-1.

Переходим теперь к задаче оптимизации. Исходными данными являются T_{xi}^{max} , T_{xi}^{min} , $i=1, 2, \dots, n$, ΔT , k_{max} , таблично заданные функции

$A_i (T_{xi}^{max} - k\Delta T)$, $\kappa=0, 1, \dots, k_{max}$. При этих данных легко вычисляются $T_{yч}^{min}$ (6.8), $T_{yч}^{max}$ (6.9).

Требуется для каждого из заданных времен хода по участку $T_{yч}^{max} - k\Delta T$, $\kappa=1, 2, \dots, k_{max}$ распределить времена хода поезда по перегонам так, чтобы суммарный расход энергии на тягу поезда при его движении по участку был минимален. Используем для решения этой уже дискретизированной оптимизационной задачи метод динамического программирования.

Учитывая аддитивный характер вхождения $\Delta A_i [j]$ в (6.14) монотонное возрастание с ростом j , основное функциональное уравнение динамического, программирования запишем в виде:

$$\min \{A_{yч}(T_{yч} - \Delta T)\} = \min \{A(T_{yч})\} + \min \{\Delta A_i [k_i]\} \quad (6.15)$$

Начнем решение этой задачи, когда время хода по всему участку задано равным $T_{yч}^{max} - \Delta T$. Тогда

$$\min \{A_{yч}(T_{yч}^{max} - \Delta T)\} = A_{yч}^{min} + \min_i \Delta A_i [1] \quad (6.16)$$

Величина $A_{yч}^{min}$ вычисляется по формуле (6.12) по заданным данным, величины $\Delta A_i[1]$ вычисляются для каждого i -ого перегона по формуле (6.10) используя данные из таблицы 6-1. Вычислив для $i=1,2,\dots,n$ правую часть выражения (6.16) и, сравнивая результаты вычислений, находим при какой i достигается $\min\{A_{yч}(T_{yч}^{max} - \Delta T)\}$ и чему равен этот минимальный расход энергии.

По существу решена следующая задача: определено на таком перегоне нужно уменьшить максимальное время хода на ΔT , чтобы при заданном участковом времени хода $T_{yч}^{max} - \Delta T$, расход энергии на движение поезда по всему участку был минимален. Число вариантов расчета равно n - числу перегонов.

Оптимальное распределение участкового времени хода $T_{yч}^{max} - 2\Delta T$ сводится к решению предыдущей задачи. Действительно, уравнение (6.16) принимает вид

$$\min\{A_{yч}(T_{yч}^{max} - 2\Delta T)\} = \min\{A_{yч}(T_{yч}^{max} - \Delta T)\} + \min_i \Delta A_i[d], \quad (6.17)$$

где $d=1$ для тех перегонов, на которых при решении предыдущей задачи максимальное время хода не было уменьшено на ΔT : $d=2$ для того перегона в котором в результате решения предыдущей задачи максимальное время хода было уменьшено на ΔT .

Первое слагаемое правой части (6.17) уже вычислено при решении предыдущей задачи.

Рассчитав для $i = 1, 2, \dots, n$, правую часть выражения (6.17) и сравнив результаты, уменьшаем на ΔT время хода на том перегоне, при выборе которого минимизируется правая часть (6.17). Число вариантов расчета здесь так же равно n .

Аналогично решается задача при $T_{yч} = T_{yч}^{max} - 3\Delta T$ и так далее до $T_{yч} = T_{yч}^{max} - (k-1)\Delta T = T_{yч}^{min} + \Delta T$. Обратим внимание на то, что распределять

$T_{yч}^{max}$ и $T_{yч}^{min}$ не требуется по определению. Таким образом, для оптимального распределения всех $(k-1)$ заданных участковых времен хода требуется перебор в цикле i от 1 до n , всего $(k-1)n$ вариантов.

Несколько иная схема решения этой же задачи, так же базирующаяся на методе динамического программирования, описана в [1]. Результаты расчетов совпадают. Использование расчетной схемы, приведенной в данном параграфе, требует меньше вычислений.

6.3 Методика анализа эффективности и «грубости» оптимального распределения участкового времени хода на времена хода по перегонам

Решение задачи оптимального распределения участкового времени хода, а времена хода по перегонам содержится в программно-аппаратных комплексах «КОРТ», «ИСТРА», «АСТРА», разработанных на кафедре «Управление и информатика в технических системах» Московского государственного университета путей сообщения (МИИТ).

Комплексы «ИСТРА» (Интегрированная Система Тяговых Расчетов) и «КОРТ» (Комплекс Оптимальных Расчетов Тяговых) созданы для условий магистральных железных дорог, «АСТРА» (Автоматизированная Система Тяговых Расчетов) - для метрополитена.

Эффективность оптимального распределения участкового времени хода определяется той экономией энергии на тягу поездов, которая может быть достигнута. Пусть $T_{уч}$ - время хода по участку распределено на времена хода по перегонам $T_{xi}^{Гр}$ в соответствии с существующим графиком движения поездов. Для каждого i -ого перегона при фиксированном времени хода T_{xi} по этому перегону в результате выбора оптимального по расходу энергии режима движения поезда (решение этой задачи изложено в главе 2,3.) определен минимальный расход энергии $A_{imin}^{\mathcal{E}}$. Тогда общий расход энергии

при движении поезда по участку равен $A_{уч}^{\mathcal{E}} = \sum_{i=1}^n A_{imin}^{\mathcal{E}}$, где n - число перегонов.

Решаем далее задачу оптимального распределения участкового времени хода и определяем расход энергии по участку как сумму

расходов энергии на тягу по перегонам $A_{i\min}^{onm}$ при полученных T_{ix}^{onm} перегонных временах хода: $A_{yч}^{onm} = \sum_{i=1}^n A_{i\min}^{onm}$. Эффективность оптимального распределения участковых времен хода определяется относительной величиной экономии энергии:

$$\mathcal{E} = \frac{A_{yч}^{\mathcal{E}} - A_{yч}^{onm}}{A_{yч}^{\mathcal{E}}} 100\% \quad (6.18)$$

Существенным показателем практической полезности решаемой задачи кроме эффективности, является «грубость» результата.

Действительно при моделировании движения поезда принимается ряд допущений, кроме того основное и дополнительное сопротивление движению поезда определено с погрешностью, веса поездов не постоянны и т.д. Решение задачи будем считать «грубым», если эффективность результата незначительно зависит от практически имеющихся изменений условий эксплуатации, характеристик подвижного состава, его загрузки, допущений принятых при моделировании.

Анализ «грубости» решения может быть осуществлен путем расчета изменении показателя эффективности при вариациях исходных данных.

Рассмотрим в частности, способ определения «грубости» решения при учете изменений веса поезда[37]. Вначале для заданного веса поезда решается задача оптимального распределения участкового времени хода на времена хода по перегонам T_{ix}^{onm} и определяется величина \mathcal{E} в соответствии с (6.18).

Затем для заданных графиком $T_{xi}^{Гр}$ и полученных временах хода по перегону T_{ix}^{onm} определяют для нового веса поезда величины расхода энергии:

$$A_{yч}^{\mathcal{E}*} = \sum_{i=1}^n A_{i\min}^{\mathcal{E}*} \quad \text{и} \quad A_{yч}^{onm*} = \sum_{i=1}^n A_{i\min}^{onm*},$$

где $A_{i\min}^{\mathcal{E}*}$, $A_{yч}^{\mathcal{E}*}$ - расход энергии соответственно при движении поезда нового веса по i - ому перегону и всему участку при временах

хода, заданных графиком движения; $A_{imin}^{onm*}, A_{yч}^{onm*}$ - расход энергии соответственно при движении поезда нового веса по i - ому перегону и всему участку при временах хода, полученных ранее при оптимальном распределении участкового времени хода для поезда заданного веса.

Величина показателя эффективности в этом случае определяется следующим образом:

$$\mathcal{E}^* = \frac{A_{yч}^{\mathcal{E}*} - A_{yч}^{onm*}}{A_{yч}^{\mathcal{E}*}} \quad (6.19)$$

Отличие величин \mathcal{E} и \mathcal{E}^* определяет «грубость» решения задачи при вариации веса поезда.

Аналогично можно провести анализ «грубости» оптимального распределения при вариации других параметров: напряжения в контактной сети, изменения величины основного сопротивления движению и т.д.

Анализ «грубости» решения задачи при комбинации изменений ряда параметров более сложная задача. Если для определенной заданной комбинации изменений параметров (например, изменений веса и напряжения в контактной сети) анализ «грубости» осуществляется аналогично изменению одного параметра, то при множестве заданных комбинаций возрастает число вариантов.

Пусть x_1, x_2, \dots, x_k - статистически независимые параметры, распределение плотности вероятности $f_i(x_i)$ каждого из которых известно, Δx_i^j - j -ый диапазон изменения i -ого параметра. Тогда вероятность попадания i -ого параметра в j -ый диапазон равна.

$$P(x_i \in \Delta x_i^j) = \int_{x_i \in \Delta x_i^j} f_i(x_i) dx_i$$

и вероятность некоторой комбинации параметров определяются через произведения вероятностей:

$P_\lambda = P(x_1 \in \Delta x_1^j, x_2 \in \Delta x_2^l, \dots, x_k \in \Delta x_k^m) = P(x_1 \in \Delta x_1^j)P(x_2 \in \Delta x_2^l) \dots P(x_k \in \Delta x_k^m)$.
Для каждой комбинации параметров определяется величина \mathcal{E}^* в

соответствии с (3.2). Если параметр x_j разделен на α диапазонов ($1 \leq j \leq \alpha$), x_2 - на β диапазонов ($1 \leq l \leq \beta$), ..., x_k - на γ диапазонов ($1 \leq m \leq \gamma$), то число рассматриваемых вариантов комбинаций параметров равно $\alpha\beta\dots\gamma$. Математическое ожидание показателя эффективности и определяется как

$$\bar{\Xi}^* = \sum_{\lambda=1}^{\lambda=\alpha\beta\dots\gamma} \Xi_{\lambda}^* P_{\lambda} \quad (6.20)$$

Сравнение (6.20) с (6.18) определяет «грубость» решения оптимизационной задачи.

6.4 Анализ оптимального распределения участкового времени хода на примере линии метрополитена.

В результате решения задачи оптимального распределения участкового времени хода по перегонам получается таблица распределения всех возможных участковых времен хода от $T_{уч}^{min}$ до $T_{уч}^{max}$, где каждое последующее отличается от предыдущего на 5 с. Этой таблицей можно пользоваться при составлении графика движения поездов.

Для определения эффективности применения оптимального по расходу электроэнергии распределения участкового времени хода по перегонам было проведено сравнение по распределению $T_{уч}$, принятого по существующему графику движения на ряде линий, с оптимальными. Например, на рис. 6.2 представлено оптимальное распределение участкового времени хода (кривая 1) на первом пути Замоскворецкой линии Московского метрополитена и существующий график движения (кривая 2). При движении поезда по существующему графику движения расход электроэнергии по участку равен 470,4 кВт.ч, при оптимальном распределении $T_{уч}$ - 457,8 кВт. ч.

На рис. 6.3 представлено оптимальное распределение участкового времени хода (кривая 1) на втором пути

Замоскворецкой линии и существующий график движения (кривая 2). Расход электроэнергии поездом по участку при существующем и оптимальном графике движения соответственно равен 408,2 кВт. ч и 357,8 кВт. ч.

Экономия электроэнергии от применения оптимального по расходу энергозатрат распределения участкового времени хода для данного примера равна соответственно 2,7% для первого пути и 5% для второго пути.

Экономия электроэнергии в процентах от оптимизации распределения $T_{уч}$ на метрополитенах зависит от длины линий, опыта графиста, выбирающего перегонные времена хода. Проведенный анализ на Московском и Харьковском метрополитенах показал, использование оптимального распределения участкового времени хода при составлении графиков движения поезда позволит снизить расход электроэнергии на тягу поездов в среднем на 3%.

Распределение участкового времени хода по перегонам производится для заданных расчетных параметров поезда (массы и напряжения на токоприемнике). В действительности масса поезда на метрополитенах изменяется в зависимости от загрузки поезда пассажирами в широких пределах: от 1 - 2 т до 18 - 20 т на вагон. Напряжение на токоприемнике также отклоняется от расчетного среднего значения на $\pm 5\%$.

В таблице 6-2 представлены оптимальные по расходу электроэнергии перегонные времена хода T_x для одного $T_{уч}$, при различных массах загрузки вагона и напряжениях на токоприемнике на примере Замоскворецкой линии Московского метрополитена.

Исследования показали, что в зависимости от массы поезда и напряжения на токоприемнике оптимальные по расходу электроэнергии перегонные времена хода отличаются на 5 - 10 с. для одного и того же значения участкового времени хода.

Следовательно, с целью экономии электроэнергии целесообразно иметь различные распределения участкового времени хода для часов «пик» для среднестатистических значений загрузки вагона m_n и напряжения на токоприемнике U_n и для часов «не пик» для m_n и U_n .

В случае изменений загрузки вагонов относительно m_n , m_n и напряжения на токоприемнике относительно U_n , U_n может несколько снизиться выигрыш в экономии электроэнергии от оптимизации распределения $T_{уч}$. Из таблицы 6-2 видно, что оптимальные перегонные времена изменяются в пределах 5 с. в случае изменения загрузки

загонов в среднем на 20%. Если выполнять оптимальные времена хода для варианта 1 при загрузках вагонов, принятого в варианте 2, то это приведет к увеличению расхода электроэнергии на 0,6% по сравнению с оптимальным для варианта 2. Следовательно, оптимизация распределения участкового времени хода по расходу электроэнергии не сильно критична к вариациям загрузки вагона в определенных пределах.

Таблица 6-2 Оптимальное по расходу электроэнергии распределение участкового времени хода $T_{уч} = 42$ мин. 15 с

Вариант 1				Вариант 2		
№ перегона	Загрузка вагона, Т	Напряжение на токоприемнике, В	T_x , с	Загрузка вагона, Т	Напряжение на токоприемнике, В	T_x , с
1	5	860	120	4	860	125
2	9,5	860	155	4,5	860	155
3	12	860	135	6	860	130
4	12,5	920	105	6,5	920	100
5	12,5	880	140	7	880	140
6	13	860	135	8	860	135
7	12,5	900	95	9	900	90
8	11,5	900	80	8,5	900	80
9	11	860	90	8	860	90
10	10	830	120	8,5	830	
11	8,5	900	105	7,5	900	
12	9,5	860	180	16	860	185
13	7,5	860	215	8,5	860	215
14	6,5	920	195	7,5	920	195
15	3,5	860	175	5	860	180
16	8	860	125	2,5	860	115
17	1,5	810	145	3,5	810	145
18	1,5	820	115	3	820	115
19	1	860	105	2	860	105

Анализ результатов исследования показал, что если заложить в график оптимальные перегонные времена хода для часов «пик» Tx_j^n и «не пик» Tx_j^H соответственно для m_n и m_n , то при изменениях загрузки

вагонов на 25% относительно расчетных значений m_n , m_n движение поезда с временем Tx_j^n , Tx_j^H приведет к увеличению расхода энергии не более 0,5% по сравнению с оптимальным распределением участкового времени хода для действительных значений массы поезда.

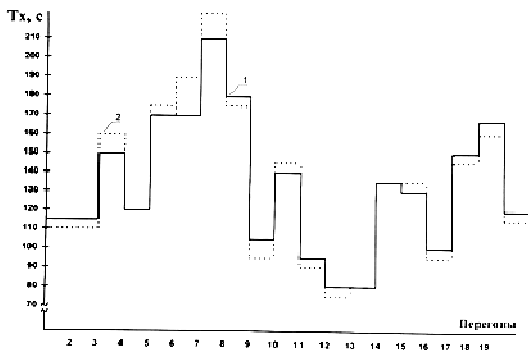


Рис. 6.2 Распределение перегонных времен хода для первого пути Замоскворецкой линии Московского метрополитена.
1 – оптимальное, 2 – существующее

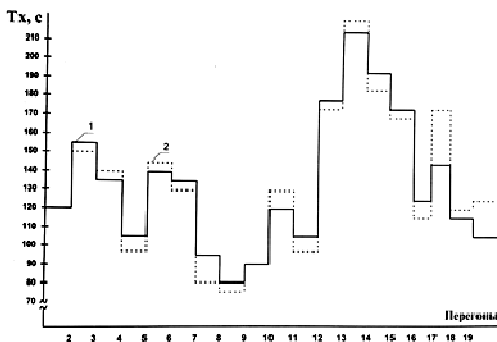


Рис. 6.3 Распределение перегонных времен хода для второго пути Замоскворецкой линии Московского метрополитена.
1 – оптимальное, 2 – существующее

Глава VII

7 ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОПУСКНОЙ СПОСОБНОСТИ ЛИНИИ ПО СИСТЕМАМ ОБЕСПЕЧЕНИЯ БЕЗОПАСНОСТИ ДВИЖЕНИЯ

7.1 Потенциальная оценка минимального интервала попутного следования поездов

7.1.1 Общие положения

Пропускная способность (N) железнодорожной линии по системам обеспечения безопасности однозначно связана с минимальным интервалом (T_{\min}) попутного следования поездов. Она определяется как количество поездов, проходящих через любую точку

участка в течении заданного временного интервала Δt :
$$N = \frac{\Delta t}{T_{u \min}}$$

Потенциальной оценкой пропускной способности железнодорожной линии будем называть ее наибольшее значение при «идеальной» системе обеспечения безопасности движения (СОБД). Под идеальной СОБД понимается система, в которой в каждый текущий момент времени (и следовательно, в любой точке пути) сзади идущему поезду точно известна координата, скорость и зависимость пути экстренного торможения от текущей скорости впереди идущего поезда. Если сзади идущий поезд в каждый заданный момент времени имеет информацию только о координате впереди идущего поезда, то сигналы идеальной СОБД (так же как у большинства реальных систем), формируются при допущении мгновенной остановки впереди идущего поезда (управление по координате «хвоста» впереди идущего поезда). В том случае, когда сзади идущий поезд имеет дополнительно информацию о скорости впереди идущего поезда и его тормозного пути при этой скорости начала экстренного торможения, то сигналы идеальной СОБД формируются с учетом пути экстренного торможения впереди идущего поезда (управление с учетом пути экстренного торможения впереди идущего поезда). Результаты расчета минимального интервала попутного следования, полученные при управлении с учетом экстренного торможения впереди идущего поезда являются более общими. Во-первых, в этих условиях интервал попутного следования по условиям безопасности получается минимально возможным, во-

вторых, если в выражениях, определяющих минимальный интервал попутного следования, принять равным нулю путь экстренного торможения впереди идущего поезда (что равносильно допущению о равенстве бесконечности величины замедления), получим результаты при управлении по координате «хвоста» впереди идущего поезда. Разность величин интервалов попутного следования при этих двух принципах построения СОБД позволяет оценить эффективность использования дополнительной информации о впереди идущем поезде.

Очевидно, что никакая реальная СОБД не обладает свойствами «идеальной» системы. Наличие потенциальной оценки позволяет определить как показатели той или иной реальной системы соотносятся с идеальной, насколько могут быть улучшены показатели разрабатываемой СОБД при ее усложнении, при использовании технических средств, дающих дополнительную информацию о пути экстренного торможения впереди идущего поезда. Эффективность потенциальной оценки заключается в том, что она определяет минимально возможный интервал попутного следования поездов по системам обеспечения безопасности.

Задачи определения минимального интервала попутного следования поездов и его потенциальных оценок решались как на базе имитационного моделирования [38, 39], так и аналитическими методами [40, 41, 42]. В данном разделе описан способ аналитического определения потенциальных оценок минимального интервала попутного следования поездов.

7.1.2 Минимум интервала попутного следования поездов

При движении поездов расстояние между «хвостом» впереди идущего и «головой» сзади идущего поезда по условиям безопасности не должно быть менее разности пути служебного торможения S_{T2} сзади идущего поезда, скорость которого равна V_2 , и пути экстренного торможения S_{T1} впереди идущего поезда, скорость которого V_1 . Если S_1 - координата «хвоста» впереди идущего поезда, а S_2 - координата «головой» поезда, следующего за ним, сформулированное выше условие записывается в виде

$$S_1 - S_2 \geq S_{T2}(V_2) - S_{T1}(V_1) \quad (7.1)$$

$$\text{и } S_2 \leq S_1 - S_{T2}(V_2) + S_{T1}(V_1)$$

Интервал попутного следования поездов в некоторой точке S_0 перегона определяется

$$T_{\text{и}}(S_0) = T_2(S_0) - T_1(S_0), \quad (7.2)$$

где $T_1(S_0)$ и $T_2(S_0)$ - моменты проследования «головами» соответственно первого и второго поезда точки S_0 .

При нахождении «головы» первого поезда в точке S пути (следовательно, «хвост» этого поезда находится в точке $S_1 = S - l_{\text{сост}}$, где $l_{\text{сост}}$ - длина состава), «голова» второго поезда - в точке $S_2 = S_1 - S_{T2}(V_2) + S_{T1}(V_1)$, факультатив Φ_2 второго поезда определяется как

$$\Phi_2 = T_2[S_1 - S_{T2}(V_2) + S_{T1}(V_1)] - T_1(S_1), \quad (7.3)$$

где аргументы определяют соответственно координаты «головы» и «хвоста» первого поезда с учетом минимального факультатива $\Phi_{\text{мин}}$ (в частности, для метрополитенов, принимаемого равным 5 с)

$$\Phi_{\text{мин}} \geq T_2[S_1 - S_{T2}(V_2) + S_{T1}(V_1)] - T_1(S_1). \quad (7.4)$$

Сложив (7.2) и (7.4) и перенеся все слагаемые, кроме $T_{\text{и}}(S_0)$, в правую часть, получим

$$T_{\text{и}}(S_0) \geq \Phi_{\text{мин}} + T_2[S_0] - T_2[S_1 - S_{T2}(V_2) + S_{T1}(V_1)] - T_1(S_0) + T_1(S_1) \quad (7.5)$$

Поскольку интервал попутного следования $T_{\text{и}}$ удовлетворяет условиям безопасности, если неравенство (7.5) выполняется при всех $S_1 \geq S_0$, величина $T_{\text{и min}}$ определяется максимальным значением правой части (7.5).

$$T_{\text{и min}} = \max_{S_1} \{ \Phi_{\text{мин}} + T_2[S_0] - T_2[S_1 - S_{T2}(V_2) + S_{T1}(V_1)] - T_1(S_0) + T_1(S_1) \}. \quad (7.6)$$

Точка с координатами S_1^* и соответственно V_1^* , в которой обеспечивается максимум правой части (7.6) будем называть лимитирующей.

Необходимое условие экстремума правой части неравенства (7.5) имеет вид

$$\frac{d}{dS_1} \{ \Phi_{min} + T_2[S_0] - T_2[S_1 - S_{T_2}(V_2) + S_{T_1}(V_1)] - T_1[S_0] + T_1[S_1] \} = 0.$$

Откуда

$$\begin{aligned} & - \frac{dT_2[S_1 - S_{T_2}(V_2) + S_{T_1}(V_1)]}{dS_1} \left[1 + \frac{dS_{T_1}(V_1)}{dS_1} \right] + \frac{dT_1(S_1)}{dS_1} = 0; \\ & \text{и } - \frac{V_2[S_1 - S_{T_2}(V_2) + S_{T_1}(V_1)]}{1 + \frac{dS_{T_1}(V_1)}{dS_1}} = T_1(S_1). \end{aligned} \quad (7.7)$$

Оценим величину $\frac{dS_{T_1}(V_1)}{dS_1}$ вначале при модели равнозамедленного движения при замедлении экстренного торможения b_3 от скорости V_1 :

$$\begin{aligned} S_{T_1}(V_1) &= \frac{V_1^2(S_1)}{2b_3}; \quad \frac{dS_{T_1}(V_1)}{dS_1} = \frac{1}{2b_3} 2V_1(S_1) \frac{dV_1(S_1)}{dS_1} = \\ &= \frac{1}{b_3} V_1(S_1) \frac{dV_1(S_1)}{dt} \cdot \frac{dt}{dS_1} = \frac{1}{b_3} V_1(S_1) \frac{1}{V_1(S_1)} \frac{dV_1(S_1)}{dt} = \frac{a_1}{b_3}, \end{aligned}$$

где $a_1 = \frac{dV_1(S_1)}{dt}$ - ускорение впереди идущего поезда.

Таким образом,

$$\frac{V_2[S_1 - S_{T_2}(V_2) + S_{T_1}(V_1)]}{1 + \frac{a_1}{b_3}} = V_1[S_1]. \quad (7.8)$$

Уравнение (7.8) совместно с заданными траекториями движения поездов позволяет определить координаты лимитирующей точки (S_1^*, V_1^*) . В более общем случае $\frac{dS_{T_1}(V_1)}{dS_1} = k_1(V_1)$. При фиксированных скоростях V_1 начала экстренного торможения величины S_{T_1} можно получить из тяговых расчетов. После аппроксимации $S_{T_1}(V_1)$ степенным рядом и его дифференцировании

$$k_1(V_1) = \sum_{n=0}^m k_{1n} V_1^n.$$

При $m = 0$ $k_1(V_1) = k_{10}$ и

$$\frac{V_2[S_1 - S_{T2}(V_2) + S_{T1}(V_1)]}{1 + k_{10}} = V_1(S_1).$$

Сравнив это выражение с (7.8), получаем

$$k_{10} = \frac{a_1}{b_3}.$$

Если $m = 1$, то $k_1(V_1) = k_{10} + k_{11}V_1$ и

$$\frac{V_2[S_1 - S_{T2}(V_2) + S_{T1}(V_1)]}{1 + k_{10} + k_{11}V_1(S_1)} = V_1(S_1). \quad (7.9)$$

Решив уравнение (7.9) относительно V_1 , получаем координату S_1^* и скорость V_1^* в лимитирующей точке.

Результаты проведенных расчетов показали, что рассмотрение процесса экстренного торможения как равнозамедленного практически не вносят погрешности в вычислении T_{imin} . При заданных траекториях движения поездов $S_1(t)$ и $S_2(t)$, зависимостях $S_{T1}(V_1)$ и $S_{T2}(V_2)$, величина T_{imin} рассчитывается по формуле (7.6) при V_1^* и S_1^* , удовлетворяющих условию (7.8).

Ниже на базе приведенного общего подхода определены значения потенциально возможного минимального интервала попутного следования для трех характерных случаев:

- движение поездов на перегоне осуществляется с постоянной скоростью;
- движение поездов рассматривается в районе станции;
- движение поездов на перегоне осуществляется с кусочно-постоянной скоростью.

7.1.3 Определение минимального интервала попутного следования при движении поездов по перегону с постоянной скоростью.

Зависимости от времени t координаты S_1 «хвоста» впереди идущего и координаты S_2 «головы» сзади идущего поездов,

двигающихся по перегону с постоянной скоростью $V_1 = V_2 = V$ приведены на рис. 7.1.

Положение лимитирующей точки S_1^* и скорости V_1^* впереди идущего поезда в этой точке определяется из уравнения (7.8). Так как поезда движутся с постоянной скоростью V , то $\frac{dV_1}{dt} = a_1 = 0$. При этом $V_2 = V_1 = V^* = V$ и T_{\min} не зависят от S_1 . Положив в (7.6) $S_0 = S_1 + l_{\text{сост}}$ и $V_1 = V_2 = V$, получаем

$$T_{\min} = \Phi_{\min} + T_2[S_1 + I_{\text{сост}}] - T_2[S_1 - S_{T1}(V) + S_{T1}(V)] =$$

$$= \Phi_{\min} + \frac{I_{\text{сост}} + S_{T2}(V) - S_{T1}(V)}{V}, \quad (7.10)$$

где путь $S_{T2}(V)$ служебного торможения от скорости V и путь $S_{T1}(V)$ экстренного торможения от скорости V может быть получен из тяговых расчетов.

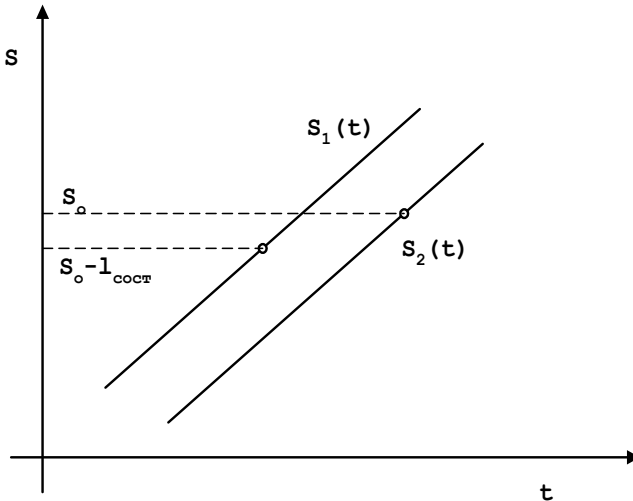


Рис. 7.1 Зависимость от времени (t) координаты S_1 «хвоста» впередиидущего поезда и координаты S_2 «головы сзади идущего поезда при их движении по перегону с постоянными скоростями $V_1 = V_2 = V$

При модели равнозамедленного движения

$$S_{T_2}(V) = \frac{V^2}{2b_{\text{сл}}}; \quad S_{T_1}(V) = \frac{V^2}{2b_3},$$

где $b_{\text{сл}}$ и b_3 - соответственно замедление при служебном и экстренном торможении.

После подстановки выражений S_{T_2} и S_{T_1} в (7.10)

$$T_{\text{имин}} = \Phi_{\text{мин}} + \frac{V}{2} \left[\frac{1}{b_{\text{сл}}} - \frac{1}{b_3} \right] + \frac{l_{\text{сост}}}{V}; \quad (7.11)$$

Исследуя на экстремум функцию $T_{\text{имин}}(V)$, получим величину скорости $V_{\text{опт}}$, доставляющую минимум $T_{\text{имин}}$:

$$\frac{dT_{\text{имин}}}{dV} = 0 \quad \text{при} \quad V_{\text{опт}} = \sqrt{\frac{2l_{\text{сост}}}{\frac{1}{b_{\text{сл}}} - \frac{1}{b_3}}}. \quad (7.12)$$

и

$$T_{\text{мин опт}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2l_{\text{сост}}}{\frac{1}{b_{\text{сл}}} - \frac{1}{b_3}}} \left[\frac{1}{b_{\text{сл}}} - \frac{1}{b_3} \right] + \frac{l_{\text{сост}}}{\sqrt{\frac{2l_{\text{сост}}}{\frac{1}{b_{\text{сл}}} - \frac{1}{b_3}}}} + \Phi_{\text{мин}}. \quad (7.13)$$

При управлении по координате “хвоста” впереди идущего поезда b_3

$$T_{\text{имин}} = \Phi_{\text{мин}} + \frac{V}{2b_{\text{сл}}} + \frac{l_{\text{сост}}}{V}; \quad (7.14)$$

$$T_{\text{мин опт}} = \Phi_{\text{мин}} + \frac{1}{2} \sqrt{2l_{\text{сост}} b_{\text{сл}}} + \frac{l_{\text{сост}}}{\sqrt{2l_{\text{сост}} b_{\text{сл}}}}; \quad (7.15)$$

$$V_{\text{опт}} = \sqrt{2l_{\text{сост}} b_{\text{сл}}}. \quad (7.16)$$

7.1.4 Определение минимального интервала попутного следования между уходящим со станции и прибывающим поездами.

Зависимость от времени t координаты S_1 «хвоста» уходящего (первого) со станции и координаты S_2 «головы» прибывающего (второго) поездов приведена на рис.7.2. Точка остановки «головы» поезда на станции имеет координату $S = l_{\text{сост}}$, где $l_{\text{сост}}$ - длина состава, точка $S = 0$ - координата «хвоста» поезда, стоящего на станции. Длительность стоянки поезда - $T_{\text{ст}}$. Второй поезд, как правило, подходит к станции на выбеге. Его скорость с учетом ограничения на допустимое отклонение подъема или спуска в районе станции от площадки с нулевым профилем до 3 ‰ , может быть принята постоянной и равной $V_{2н}$.

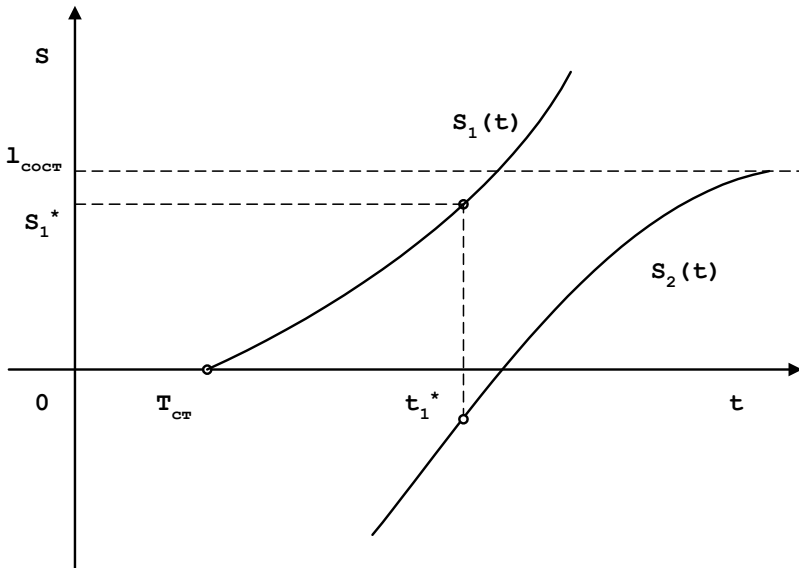


Рис. 7.2 Зависимость от времени (t) координаты S_1 «хвоста» впередиидущего поезда и координаты S_2 «головы» сзади идущего поезда при их движении в районе станции

Интервал между первым и вторым поездом определим в точке $S_0 = l_{\text{сост}}$ в соответствии с (7.2):

$$T_{\text{и}} = T_{20}(S = l_{\text{сост}}) - T_{10}(S_0 = l_{\text{сост}}),$$

где $T_{20}(S_0 = l_{\text{сост}})$ и $T_{10}(S_0 = l_{\text{сост}})$ - моменты отправления первого и второго поездов со станции.

Так как $T_{20}(S_0 = l_{\text{сост}}) = T_2(S_2 = l_{\text{сост}}) + T_{\text{ст}}$, где $T_2(S_2 = l_{\text{сост}})$ - момент прибытия второго поезда на станцию, $T_{10}(S_0 = l_{\text{сост}}) = T_1(S_1 = 0)$, где $S_1 = 0$ - координата «хвоста» поезда, то

$$T_{\text{и}} = T_2(S_2 = l_{\text{сост}}) - T_1(S_1 = 0) + T_{\text{ст}}. \quad (7.17)$$

Скорости V_1^* первого поезда в лимитирующей точке пути S_1^* определим из (7.8)

$$V_1^*(S_1^*) = \frac{V_{2H}}{1 + \frac{a_1}{b_3}}, \quad (7.18)$$

где $a_1 = a_p$ - ускорение уходящего поезда.

Координата лимитирующей точки S_1^* может быть найдена из тяговых расчетов как путь, пройденный поездом от момента трогания до скорости V_1^* . При модели равноускоренного движения

$$S_1^* = \frac{(V_1^*)^2}{2a_p}. \quad (7.19)$$

Минимальный интервал в соответствии с (7.6) определяется выражением

$$T_{\text{и min}} = \Phi_{\text{min}} + T_{\text{ст}} + \{T_2(S_2 = l_{\text{сост}}) - T_2[S_1^* + S_{T1}^*(V_1^*) - S_{T2}(V_{2H})]\} + \{T_1(S_1^*) - T_1(0)\}. \quad (7.20)$$

Преобразуем формулу (7.20) к виду, удобному для проведения расчетов

$$T_{\text{имин}} = T_{\text{СТ}} + \Phi_{\text{мин}} + T_{\text{1р}}(V_1^*) + T_{2\text{T}}(V_{2\text{H}}) + \frac{l_{\text{сост}} + S_{T2}(V_{2\text{H}}) - S_{2\text{пр}}(V_{2\text{H}}) - S_{1\text{р}}(V_1^*) - S_{1\text{з}}(V_1^*)}{V_{2\text{H}}}, \quad (7.21)$$

где $T_{1\text{р}}(V_1^*) = T_1(S_1^*) - T_1(0)$ - время разгона первого поезда до скорости V_1^* ; $T_{2\text{T}}(V_{2\text{H}})$ - время прицельного торможения второго поезда, начиная от скорости $V_{2\text{H}}$; $S_{2\text{пр}}(V_{2\text{H}})$ - тормозной путь второго поезда со скорости $V_{2\text{H}}$ при прицельном торможении; $S_{1\text{р}}(V_1^*)$ - путь разгона первого поезда до скорости V_1^* (выше он уже был определен при модели равноускоренного движения по формуле (7.19)); $S_{1\text{з}}(V_1^*)$ - тормозной путь первого поезда при экстренном торможении со скорости V_1^* .

Все величины, входящие в (7.21), могут быть получены из тяговых расчетов. Скорость V_1^* определяется по формуле (7.18).

При управлении по координате «хвоста» уходящего поезда путь его экстренного торможения принимается, равным 0. При этом $b_3 \rightarrow \infty$, $V_1^* = V_{2\text{H}}$

$$T_{\text{имин}} = T_{\text{СТ}} + \Phi_{\text{мин}} + T_{1\text{р}}(V_{2\text{H}}) + T_{2\text{T}}(V_{2\text{H}}) + \frac{l_{\text{сост}} + S_{T2}(V_{2\text{H}}) - S_{2\text{пр}}(V_{2\text{H}}) - S_{1\text{р}}(V_{2\text{H}})}{V_{2\text{H}}}. \quad (7.22)$$

При допущении о равнозамедленном и равноускоренном движении поездов величины, необходимые для вычисления $T_{\text{имин}}$ определяется следующим образом

$$S_{1\text{р}}(V_1^*) = \frac{(V_1^*)^2}{2a_{\text{р}}}; \quad S_{2\text{пр}}(V_{2\text{H}}) = \frac{(V_1^*)^2}{2b_3}; \quad T_{1\text{р}}(V_1^*) = \frac{V_1^*}{a_{\text{р}}};$$

$$S_{2\text{пр}}(V_{2\text{H}}) = \frac{V_{2\text{H}}^2}{2b_{\text{пр}}}; \quad T_{2\text{T}}(V_{2\text{H}}) = \frac{V_{2\text{H}}}{b_{\text{пр}}}; \quad S_{T2}(V_{2\text{H}}) = \frac{V_{2\text{H}}^2}{b_{\text{сл}}},$$

где $b_{\text{пр}}$ - замедление при прицельном торможении второго поезда.

Подставив эти выражения в формулы для минимального интервала (7.21) и (7.22) с учетом (7.18) получаем:

- при управлении с учетом пути экстренного торможения впереди идущего поезда:

$$T_{\text{имин}} = T_{\text{СТ}} + \Phi_{\text{мин}} + \frac{l_{\text{сост}}}{V_{2H}} + \frac{V_{2H}}{2b_{\text{пр}}} + \frac{V_{2H}}{2a_{\text{п}} \left(1 + \frac{a_{\text{п}}}{b_{\text{з}}}\right)} + \frac{V_{2H}}{2b_{\text{сл}}}; \quad (7.23)$$

- при управлении по координате «хвоста» впереди идущего поезда ($b_{\text{з}} \rightarrow \infty$):

$$T_{\text{имин}} = T_{\text{СТ}} + \Phi_{\text{мин}} + \frac{l_{\text{сост}}}{V_{2H}} + \frac{V_{2H}}{2b_{\text{пр}}} + \frac{V_{2H}}{2a_{\text{п}}} + \frac{V_{2H}}{2b_{\text{сл}}}. \quad (7.24)$$

Выигрыш от учета тормозного пути уходящего поезда определяется разностью (7.23) и (7.24)

$$\Delta T_{\text{имин}} = \frac{V_{2H}}{2a_{\text{п}} \left(1 + \frac{a_{\text{п}}}{b_{\text{з}}}\right)}.$$

Исследуя на экстремум функцию $T_{\text{имин}}(V_{2H})$, получим величину скорости подхода к станции $V_{2H\text{опт}}$, при которой обеспечивает минимальный межпоездной интервал $T_{\text{имин}}$:

$$\frac{dT_{\text{имин}}}{dV_{2H}} = 0 \quad \text{при} \quad V_{2H\text{опт}} = \sqrt{\frac{l_{\text{сост}}}{\frac{1}{2b_{\text{пр}}} + \frac{1}{2a_{\text{п}} \left(1 + \frac{a_{\text{п}}}{b_{\text{з}}}\right)} + \frac{1}{2b_{\text{сл}}}}}.$$

При управлении по координате «хвоста» уходящего поезда ($b_{\text{з}} \rightarrow \infty$):

$$V_{2H\text{опт}} = \sqrt{\frac{l_{\text{сост}}}{\frac{1}{2b_{\text{пр}}} + \frac{1}{2a_{\text{п}}} + \frac{1}{2b_{\text{сл}}}}}.$$

7.1.5 Определение минимального интервала попутного следования при движении поездов по перегону с кусочно-постоянной скоростью

При наличии на перегоне скоростных ограничений зависимости скорости движения от пути могут быть аппроксимированы кусочно-постоянными функциями. Зависимости от времени t координаты S_1 «хвоста» впереди идущего (первого) и координаты S_2 «головы» сзади идущего (второго) поездов приведены на рис. 7.3. Точка $S = 0$ соответствует положению «головы» сзади идущего поезда на станции, предшествующей рассматриваемому перегону. Точка $S = -l_{\text{сост}}$ соответствует положению «хвоста» впереди идущего поезда на той же станции.

Первый поезд после трогания и фазы разгона движется с постоянной скоростью V_1 до момента t_1 (координата «хвоста» по пути S_{12}), затем его скорость уменьшается до величины V_2 . С этой скоростью он движется до момента времени t_2 (координата «хвоста»), после чего его скорость увеличивается до V_1 . Аналогична траектория $S_2(t)$ второго поезда с учетом того, что на рис. 3 показано положение его «головы». При такой аппроксимации функции $S(t)$ в точках изменения скорости происходит скачок второй производной (ускорение). Так как это физически не реализуемо, то такая аппроксимация не корректна в точках изменения скорости. Не теряя общности, эти точки могут не рассматриваться при решении поставленной задачи, так как в рамках рассматриваемой модели доступны для анализа все точки, находящиеся как угодно близко к исключенным.

Величина скорости V_1^* первого поезда в лимитирующей точке и ее координата S_1^* определяется из уравнения (7.8) с учетом заданных траекторий $V(S)$ при $a_1 = 0$, так как во всех анализируемых точках (кроме исключенных) скорость движения поездов не изменяется. Отсюда лимитирующая точка имеет координату S_1^* , в которой удовлетворяются требования равенства скоростей в соответствии с уравнение (7.8) при $a_1 = 0$. Эти условия выполняются в

соответствии с рисунка 7.3 в двух случаях. В первом $S_a \leq S_1^* < S_{21}$, во втором $S_1^* > S_{21} + l_{\text{соств}}$.

Выберем в первом случае $S_1^* = S_{21} - \Delta$, где Δ - сколь угодно мало.

Тогда минимальный интервал $T_{\text{имин}}^{(1)}$ по отправлению поездов со станции, предшествующей рассматриваемому перегону, в соответствии с формулой (7.6) при $S_0 = 0$ и скорости поездов V_2 определяется выражением

$$T_{\text{имин}}^{(1)} = \Phi_{\text{мин}} - \{T_2[S_{21} - \Delta - S_{T_2}(V_2) + S_{T_2}(V_2)] - T_2(0)\} + \{T_1(S_{21} - \Delta) - T_1(0)\}. \quad (7.25)$$

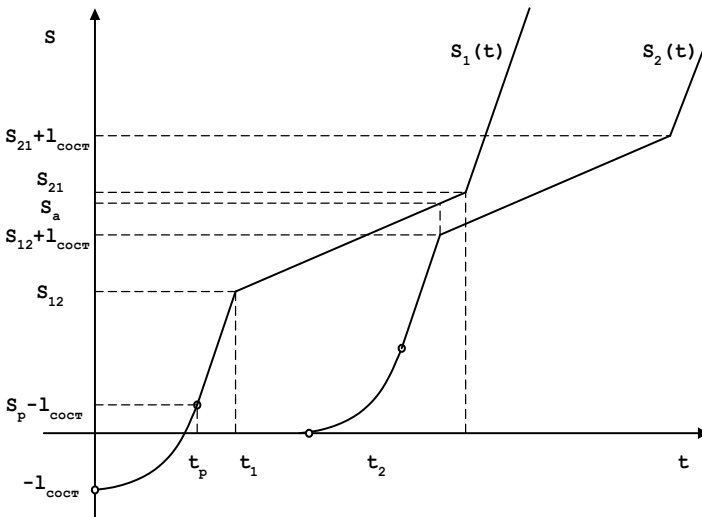


Рис. 7.3 Зависимость от времени (t) координаты S_1 «хвоста» впередиидущего поезда и координаты S_2 «головы» сзади идущего поезда при их движении по перегону с различными скоростями

Третье слагаемое (7.25) определяет время хода впереди идущего поезда от $S_1 = -l_{\text{соств}}$ до $S_{21} - \Delta$. Второе слагаемое - время хода сзади идущего поезда от $S = 0$ до $S_{21} - \Delta$. Отсюда

$$T_1(S_{21} - \Delta) - T_1(0) = t_1 + \frac{S_{21} - \Delta - S_{12}}{V_2};$$

$$T_2[S_{21} - \Delta - S_{T_2}(V_2) + S_{T_1}(V_2)] - T_2(0) = t_1 + \frac{S_{21} - \Delta - S_{T_2}(V_2) + S_{T_1}(V_2) - S_{12} - l_{\text{соств}}}{V_2},$$

и минимальный интервал

$$T_{\text{имин}}^{(1)} = \Phi_{\text{мин}} + \frac{S_{T2}(V_2) - S_{T1}(V_2) - l_{\text{согр}}}{V_2}. \quad (7.26)$$

Величины $S_{T2}(V_2)$ и $S_{T1}(V_2)$ могут быть получены из тяговых расчетов. При модели равноускоренного и равнозамедленного движения

$$T_{\text{имин}}^{(1)} = \Phi_{\text{мин}} + \frac{V_2}{2b_{\text{сл}}} - \frac{V_2}{2b_3} + \frac{l_{\text{согр}}}{V_2}. \quad (7.27)$$

Во втором случае, когда $S_1^* > S_{21} + l_{\text{согр}}$, примем $S_1^* = S_{21} + 2l_{\text{согр}}$. Весь второй состав расположен за координатой $S_{21} + l_{\text{согр}}$. Значение минимального интервала $T_{\text{имин}}^{(2)}$ в соответствии с формулой (7.6) имеет вид:

$$T_{\text{имин}}^{(2)} = \Phi_{\text{мин}} - \{T_2[S_{21} + 2l_{\text{согр}} + \Delta - S_{T2}(V_1) + S_1(V_1)] - T_2(0)\} + \\ + \{T_1(S_{21} + 2l_{\text{согр}} + \Delta) - T_1(0)\} = \Phi_{\text{мин}} + \frac{S_{T2}(V_1) - S_{T1}(V_1) + l_{\text{согр}}}{V_1}. \quad (7.28)$$

При модели равноускоренного и равнозамедленного движения

$$T_{\text{имин}}^{(2)} = \Phi_{\text{мин}} + \frac{V_1}{2b_{\text{сл}}} - \frac{V_1}{2b_3} + \frac{l_{\text{согр}}}{V_1}. \quad (7.29)$$

После расчета $T_{\text{имин}}$ для двух случаев выбирается его наибольшее значение, удовлетворяющее условиям безопасности по всему перегону. Очевидно, что при $V_1 = V_2 = V$ данная модель соответствует модели движения поездов по перегону с постоянной скоростью, полученные $T_{\text{имин}}$ совпадают с (7.11) и (7.12).

7.1.6 Анализ результатов расчета

Расчеты $T_{\text{имин}}(V)$ проведены для условий метрополитена при $\Phi_{\text{мин}} = 5$ с; $T_{\text{ст}} = 25$ с; $l_{\text{согр}} = 176$ м; $a_p = 0,8$ м/с²; $b_{\text{сл}} = 0,85$ м/с²; $b_{\text{пр}} = 0,8$ м/с²; $b_3 = 1,1$ м/с²; $0 < V \leq 90$ км/ч.

Результаты расчетов $T_{\text{имин}}(V)$ для случая движения поезда по перегону с постоянной скоростью при управлении с учетом пути экстренного торможения впереди идущего поезда (см. рис. 7.4,а) и при

управлении по его «хвосту» (см.рис. 7.4,b) позволяют сделать следующие выводы:

— при управлении с учетом пути экстренного торможения впереди идущего поезда в диапазоне скоростей движения $10 < V \leq 90$ км/ч зависимость $T_{\text{мин}}(V)$ убывает с ростом V ; $15,38 \leq T_{\text{мин}}(V) \leq 68,73$ с оптимальная скорость, доставляющая минимизацию $T_{\text{мин}}(V)$, находится вне рабочего диапазоне скоростей в точке $V_{\text{опт}} = 130,71$ км/ч и $T_{\text{н мин опт}} = 14,7$ с;

— при управлении по «хвосту» впереди идущего поезда ($b_3 \rightarrow \infty$) зависимость $T_{\text{мин}}(V)$ имеет минимум в точке $V_{\text{опт}} = 62,3$ км/ч и $T_{\text{н мин опт}} = 25,3$ с; величины $T_{\text{мин}}$ находятся в диапазоне от 26,7 с до 69,52 с;

— учет пути экстренного торможения впереди идущего поезда в рассматриваемом диапазоне скоростей позволяет уменьшить интервал попутного следования поездов на величину ΔT , равную 0,8 с при $V = 10$ км/ч и 11,3 с при $V = 90$ км/ч (см. рис. 7.4,c).

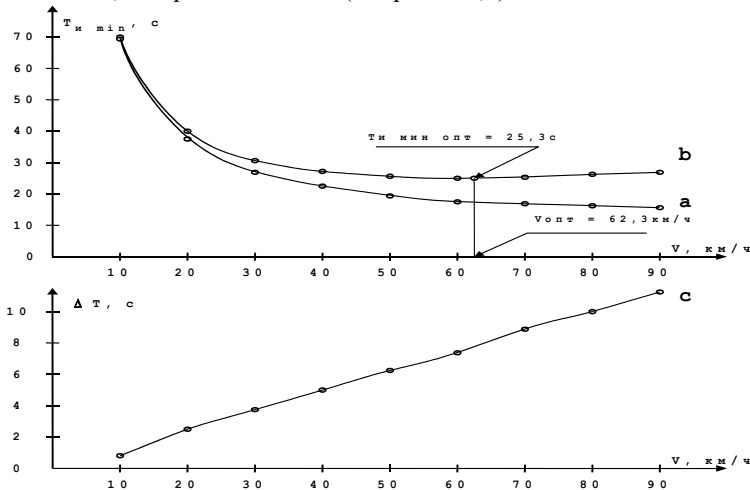


Рис. 7.4 Зависимость минимального интервала $T_{\text{мин}}$ от скорости поездов на перегоне: а – при управлении с учетом пути экстренного торможения впереди идущего поезда; б – при управлении по координате «хвоста» впереди идущего поезда; с – зависимость величины ΔT уменьшения длительности минимального интервала попутного следования от скорости при учете пути экстренного торможения впереди идущего поезда

Результаты расчетов $T_{\text{мин}}(V)$ для случая движения поезда в зоне подхода к станции при управлении с учетом пути экстренного

торможения впереди идущего поезда (см.рис.7.5,а, кривая 1) и при управлении по его «хвосту» (см.рис. 7.5,а, кривая 2) позволяют сделать следующие выводы:

- при управлении с учетом пути экстренного торможения впереди идущего поезда величина межпоездного интервала при диапазоне скоростей подхода к станции от 26 км/ч до 70 км/ч изменяется в диапазоне от 63,3 с до 70,43 с. Минимальный интервал составляет 63,3 с при $V_{\text{опт}} = 38,06$ км/ч;
- при управлении по «хвосту» впереди идущего поезда ($b_s \rightarrow \infty$) межпоездной интервал при том же диапазоне скоростей подхода к станции изменяется от 66,26 с до 75,24 с. Минимальный интервал составляет 66,26 с при $V_{2\text{Нопт}} = 35,2$ км/ч;
- учет пути экстренного торможения впереди идущего поезда в рассматриваемом диапазоне скоростей позволяет уменьшить интервал попутного следования поездов на величину ΔT , равную 1,5 с при $V_{2\text{Н}} = 20$ км/ч и 5,1 с при $V_{2\text{Н}} = 70$ км/ч (см. рис. 7.5,б).

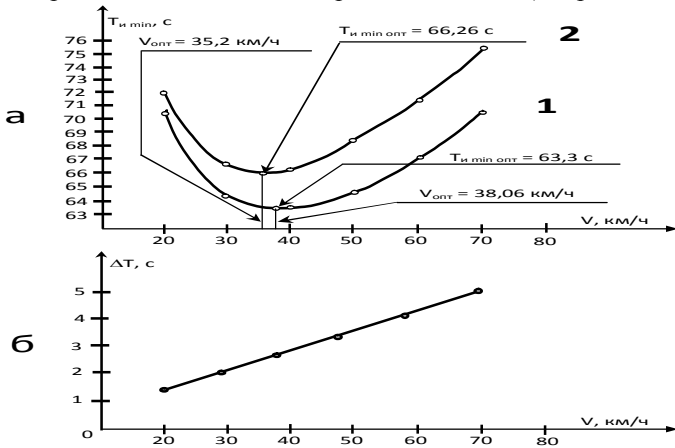


Рис. 7.5 а) зависимость минимального интервала попутного следования $T_{и \text{ min}}$ от скорости $V_{2\text{Н}}$ подхода к станции: 1 – при управлении с учетом пути экстренного торможения поезда; 2 – при управлении по координате «хвоста» впередиидущего поезда. б) зависимость величины ΔT уменьшения длительности минимального интервала попутного следования от скорости $V_{2\text{Н}}$ подхода к станции при учете пути экстренного торможения впереди идущего поезда

Рассмотренные частные случаи имеют самостоятельное значение и, вместе с тем, иллюстрируют методику определения потенциальной оценки минимального интервала попутного следования поездов для различных условий движения.

Расчёт $T_{и\ min}(V)$ для условий метрополитена при управлении по «хвосту» впереди идущего поезда без допущения равноускоренного движения выполнялись по формуле (7.22) для следующих исходных данных: $\Phi_{min} = 5$ с, $T_{CT} = 25$ с, $l_{COCT} = 176$ м. Траектории разгона и торможения поезда рассчитывается для подвижного состава 81-717 (81-714) при массе пассажиров 18 т на 1 вагон и напряжении на токоприемнике 750 В. Откуда определялись: $S_{2PP}(V)$ - путь прицельного торможения, $S_{2P}(V)$ - путь разгона. Длина тормозного пути $S_{2P}(V)$ для фиксированных значений скоростей определялась по диаграмме тормозных путей, разработанной институтом Метрогипротранс для проектирования устройств безопасности – системы АРС, принцип работы которой будет рассмотрен в следующем параграфе. Результаты расчета зависимости минимального интервала попутного следования от скорости V_{2H} подхода к станции приведены к табл. 7-1. Для сравнения с результатами, полученными при допущении равноускоренного движения в третьем столбце этой таблицы приведены величины $T_{и\ min}$, рассчитанные по формуле (7.24).

Относительная разность величин минимальных интервалов, рассчитываемых по точным и приближенным формулам, при изменении скорости подхода к станции от 40 до 80 км/ч не превышает 3,6%. При скорости подхода 20 км/ч относительная погрешность достигает 10%.

Рассмотренные частные случаи имеют самостоятельное значение и, вместе с тем, иллюстрируют методику определения потенциальной оценки минимального интервала попутного следования поездов для различных условий движения.

Таблица 7-1

V_{2H} , км/ч	$T_{и\ min}$, с	$T_{и\ min}$, с (для модели с равноускоренным движением)
20	79,9	71,89
40	68,75	66,26
60	72,5	71,2
80	79,8	79,42

7.2 Минимальный интервал попутного следования поездов по системам обеспечения безопасности при фиксированных блок-участках

7.2.1 Общие положения

В системах обеспечения безопасности движения поездов, эксплуатирующих в настоящее время, координата «головы» и «хвоста» поезда определяется с точностью до фиксированного участка пути. Пусть поезда П1 и П2 движется от станции А к станции В (см. рис. 7.6). Весь путь (перегон АВ) разделен на фиксированные участки ($Аx_1, x_1x_2, \dots, x_8B$).

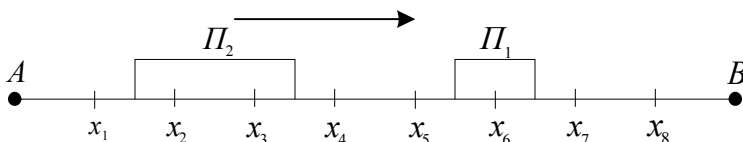


Рис. 7.6

Перегонные устройства системы обеспечения безопасности определяют координаты поезда по тому, какие участки пути занимает данный поезд. Так поезд П2 получает информацию о том, что «хвост» впереди идущего поезда П1 находится в точке x_5 . Скорость V_2 , с которой поезду П2 разрешено двигаться так, чтобы не произошло столкновения при мгновенной остановке П1, выбирается из условия, чтобы его путь служебного торможения не превышал расстояния от «головы» поезда П2 до точки x_5 .

Вместе с тем, сигнал о допустимой скорости движения поезда П2 генерируется системой обеспечения безопасности (иначе - системой интервального регулирования) в точке x_4 , следовательно расстояние от точки x_4 до точки x_5 при разрешенной скорости движения поезда П2 не должно быть меньше пути служебного торможения от скорости V_2 .

Разделение пути на фиксированные участки, называемые специалистами по системам интервального регулирования «блок-участками», с точки зрения измерения координат «хвоста» впередиидущего и «головы» сзади идущего поездов по существу является неравномерным квантованием пути.

Пропускная способность линии по системам обеспечения безопасности, как правило, лимитируется зоной подхода к станции. Результаты расчетов потенциальных оценок интервала попутного следования поездов, приведенных в предыдущем параграфе, свидетельствуют об этом. Рассмотрим определение интервала попутного следования между уходящим со станции и проходящим на станцию поездами на примере линии метрополитена, оборудованной системой обеспечения безопасности - APC (автоматического регулирования скорости).

В этой системе смысл термина «регулирование скорости» отличен от принятого в теории автоматического управления. В системе APC определяется допустимая скорость данного поезда в зависимости от местоположения «хвоста» поезда, идущего впереди, с учетом разделения пути на фиксированные блок - участки. В случае превышения допустимой скорости данным поездом осуществляется переход на выбег и включение тормозов. Таким образом, «регулирование скорости в данном случае сводится не к ведению поезда с заданной скоростью, а к определению реальной скорости, сравниваю ее с допустимой, и при необходимости ее ограничению.

Величины допустимых скоростей $V_{Дi}$, для сзади идущего поезда выбираются из ограниченного числа дискретных значений $V_{Д1}$, $V_{Д2}$, ..., $V_{Дk}$. Для существующих систем APC уровни допустимых скоростей принимаются равными 0; 40; 60; 70; 80 км/час или 0; 40; 60; 70; 90 км/ч.

Датчиком положения поезда является рельсовая цепь. Шунтирование рельсовой цепи колесной парой определяет ее занятость поездом. Отсутствие «шунта» определяет свободу рельсовой цепи.

Деление пути на фиксированные участки осуществляется рельсовыми цепями. Рельсовые цепи могут разделяться изолирующими стыками, либо параметрами электрического сигнала («бесстыковые рельсовые цепи») [43]. В дальнейшем термин «изолирующий стык» будем использовать как границу рельсовой цепи.

7.2.2 Определение минимума интервала попутного следования.

Как уже отмечалось выше, минимальный интервал попутного следования, как правило, ограничивается снизу сближением поездов в зоне подхода к станции. При полученных из тяговых расчетов

траекториях прибывающего и уходящего со станции поездов определим для линии метрополитена, оборудованной системой APC, положение изолирующих стыков в зоне подхода, оптимальное по критерию минимума интервала попутного следования [44]. Будем считать, что изолирующие стыки в зоне подхода к станции занумерованы справа налево и ось пути направляется влево (см. рис. 7.7).

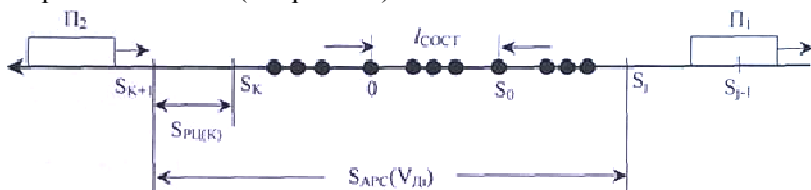


Рис. 7.7 S_o – точка остановки на станции «головы» поезда (координата «рейки»); $S_{K+1} - S_K = S_{PЦ(K)}$ - длина k -ой рельсовой цепи, L_{COCT} - длина состава. Время с момента получения разрешения движения поезда П2 по k -ой рельсовой цепи со скоростью $V_{Ди}$ до входа на эту рельсовую цепь предоставляет собой факультатив, обозначаемый как $\Phi_{(k)}$.

В момент прохождения «хвостом» уходящего поезда П1 изолирующего стыка с координатой S_j «голова» прибывающего поезда П2 получает информацию о допустимой скорости $V_{Ди}$ движения правее точки расположения изолирующего стыка S_{K+1} . Величина $V_{Ди}$ выбирается из ряда дискретных значений (в системе APC из 5 значений) допустимой скорости так, чтобы

$$S_j - S_{K+1} = S_{APC}(V_{Ди}),$$

где $S_{APC}(V_{Ди})$ - путь служебного торможения поезда от скорости $V_{Ди}$. Величины $S_{APC}(V_{Ди})$ стандартизированы для эксплуатируемого подвижного состава.

По условиям работы системы обеспечения безопасности факультатив в зоне подхода к станции не должен быть меньше некоторого минимального значения Φ_{min} :

$$\Phi(k) = T_2(S_R) - T_1[S_R + S_{PЦ(K)} + S_{APC}(V_{Ди})] \geq \Phi_{min} \quad (7.30)$$

где T_2 и T_1 также как в предыдущем параграфе - моменты прохождения соответственно «головы» второго (прибывающего) и «хвоста» первого (уходящего со станции) поездов точек пути, указанных в скобках.

Интервал попутного следования в точке S_o (см. рис. 7.7) определяется выражением (7.17).

Складывая неравенство (7.30) с равенством (7.17) и перенося все члены, кроме $T_{И}$, в правую часть неравенства, получаем:

$$T_{И} \geq \Phi_{min} + T_{СТ} + T_2(S_0) - T_2(S_K) + T_1[S_K + S_{РЦ(K)} + S_{АРС}(V_{Ди})] - T_1(S_0 - L_{СОСТ}) = T_{И(K)}^{ДОП} \quad (7.31)$$

Правая часть неравенства (7.21), обозначенная через $T_{И}^{ДОП}$ представляет собой минимальный интервал движения, допустимый по условиям безопасного прохождения прибывающим поездом к-ого изолирующего стыка.

Очевидно, что минимальный интервал попутного следования $T_{И min}$ должен быть таким, чтобы условие (7.31) выполнялось для всех изолирующих стыков при подходе к рассматриваемой станции (при любом к),

$$T_{И min} \geq \max_K [T_{И(K)}^{ДОП}] \quad (7.32)$$

а координаты изолирующих стыков S_K и длины рельсовых цепей $S_{РЦ(K)}$ по условию максимальной пропускной способности должны давать минимум правой части неравенства (7.32). Таким образом, минимальный интервал попутного следования определяется соотношением:

$$T_{И min} = \inf_{S_{РЦ(K)}, (S_K)} \left\{ \max_K [T_{И(K)}^{ДОП}] \right\} \quad (7.33)$$

Пусть максимум в выражениях (7.32) и (7.33) достигает на к-ом изолирующем стыке, а S_K^* и $S_{РЦ(K)}^*$ выбраны так, что при $S_K = S_K^*$ и $S_{РЦ(K)} = S_{РЦ(K)}^*$ достигается точная нижняя грань и равенстве (7.33). При этих условиях

$$T_{I \min} = T_{I(K)}^{\text{ДОП}} \quad (7.34)$$

и будем говорить, что минимальный интервал $T_{I \min}$ достигается на k -ом изолирующем стыке при $S_K = S_K^*$ и $S_{PЦ(K)} = S_{PЦ(K)}^*$, а k -ый изолирующий стык в этом случае будем называть лимитирующим стыком.

Дифференцируя правую часть неравенства (7.31) по $S_{PЦ(K)}$ получим, что

$$\frac{\partial T_{I(K)}^{\text{ДОП}}}{\partial S_{PЦ(K)}} = \frac{1}{V_1(S_K + S_{PЦ(K)} + S_{APC}(V_{Ди}))} > 0 \quad (7.35)$$

а так как по условиям нормальной работы работа рельсовых цепей ограничена снизу:

$$S_{PЦ(K)} \geq S_{PЦ}^{\min} \quad (7.36)$$

где $S_{PЦ}^{\min}$ - минимальная длина рельсовой цепи, то из (7.35) и (7.36)

можно сделать следующий вывод:

если k -ый изолирующий стык является лимитирующим стыком, то

$$S_{PЦ(K)} = S_{PЦ}^{\min}.$$

Выясним теперь, как зависит $T_I^{\text{ДОП}}$ от координаты изолирующего стыка S_K . Дифференцируя правую часть неравенства (7.31) по S_K , получаем:

$$\frac{\partial T_{I(K)}^{\text{ДОП}}}{\partial S_K} = \frac{1}{V_1(S_K + S_{PЦ(K)} + S_{APC}(V_{Ди}))} - \frac{1}{V_2(S_K)}. \quad (7.37)$$

Откуда следует, что функция $T_{I(K)}^{\text{ДОП}}(S_K)$ достигает максимума при расположении k -ого изолирующего стыка в точке с координатой S_{KO} , определяемой следующим неявным уравнением:

$$V_1(S_{KO} + S_{PЦ(K)} + S_{APC}(V_{Ди})) = V_2(S_{KO}) \quad (7.38)$$

и не имеет других экстремумов, то есть убывает при удалении S_k от $S_{ко}$. Точку с координатой $S_{ко}$ будем называть далее лимитирующей точкой.

Обратим внимание на то, что и данном разделе положение лимитирующей точки определено для «головы» прибывающего поезда в отличие от предыдущего параграфа, где положение лимитирующей точки определялось для «хвоста» уходящего поезда. Между этими точками при управлении по «хвосту» уходящего поезда расстояние строго фиксировано и равно пути служебного торможения. При управлении с учетом пути экстренного торможения впереди идущего поезда расстояние между этими точками также фиксировано и равно сумме пути служебного торможения прибывающего поезда и нуги экстренного торможения уходящего. Поэтому различие в определениях лимитирующей точки не существенно.

Так как оптимальная координата лимитирующего стыка выбирается из условия минимума функции $T_{И(K)}^{ДОП}(S_k)$, очевидно, что расположение изолирующего стыка в лимитирующей точке оптимальным не является. Для определения оптимального положения лимитирующего стыка докажем следующее утверждение:

в зоне подхода к станции существует ровно два лимитирующих стыка с координатами S_k и S_{k+1} , причем k -ая рельсовая цепь содержит лимитирующую точку.

Вначале покажем невозможность существования ровно одного лимитирующего стыка. В самом деле, если S_k - координата единственного лимитирующего стыка, то

$$T_{И(K)}^{ДОП}(S_k) > T_{И(j)}^{ДОП}(S_j) \text{ при всех } j \neq k \quad (7.39)$$

и в силу отсутствия минимума функции $T_{И(K)}^{ДОП}(S_k)$ найдется такое малое число δ , что $T_{И(K)}^{ДОП}(S_k + \delta) < T_{И(K)}^{ДОП}(S_k)$, а неравенства (7.39) останутся в силе, что противоречит существованию лимитирующего стыка в точке с координатой S_k . Следовательно, должен существовать еще хотя бы один лимитирующий стык, кроме стыка с координатой S_k .

Так как $T_{И(К)}^{ДОП}(S_K)$ убывает при $S_K > S_{K0}$ и возрастает при $S_K < S_{K0}$, а $S_{K+1} > S_K$, то очевидно, что:

1. между лимитирующим стыком и лимитирующей точкой (включая её саму) не может лежать ни одного изолирующего стыка;
2. два лимитирующих стыка не могут лежать по одну сторону лимитирующей точки;
3. в зоне подхода к станции не может существовать более двух лимитирующих стыков;
4. так как должно существовать не менее двух лимитирующих стыков существует ровно два лимитирующих стыка, причем лежащих по разные стороны лимитирующей точки;
5. между этими двумя лимитирующими стыками нет ни одного изолирующего стыка.

Таким образом, единственно возможным расположением лимитирующих стыков является указанное в доказываемом утверждении. К-ую рельсовую цепь в этом случае будем называть лимитирующей рельсовой цепью, так как она содержит лимитирующую точку между двумя лимитирующими стыками.

Для определения значения $T_{И min}$ разложим функцию $T_{И(К)}^{ДОП}(S_K)$ в ряд Тейлора в окрестностях лимитирующей точки и ограничим его мерными тремя членами (ниже будет показано, что эти три члена обеспечивают точность расчетов, достаточную для практического применения):

$$T_{И(К)}^{ДОП}(S_K) = \Phi_{min} + T_{CT} + T_2(S_{K0}) + T_1(S_{K0} + S_{ПЦ(К)} + S_{АРС}(V_{Ди})) - T_1(S_0 - L_{СОСТ}) + \left[\frac{dV_2(S_{K0})/dS_{K0}}{2(V_2(S_{K0}))^2} - \frac{dV_1(S_{K0} + S_{ПЦ(К)} + S_{АРС}(V_{Ди}))/dS_{K0}}{2(V_1(S_{K0} + S_{ПЦ(К)} + S_{АРС}(V_{Ди})))^2} \right] (S_K - S_{K0})^2 \quad (7.40)$$

Так как S_{K+1} и S_K - координаты лимитирующих стыков, $T_{И(К)}^{ДОП}(S_K) = T_{И(К)}^{ДОП}(S_{K+1})$ лимитирующую точку расположим посередине лимитирующей рельсовой цепи:

$$S_{K0} = \frac{1}{2}(S_{K+1} + S_K). \quad (7.41)$$

Откуда

$$S_K^* = S_{KO} - \frac{1}{2} S_{ПЦ(K)}^* = S_{KO} - \frac{1}{2} S_{ПЦ(K)}^{min} \quad (7.42)$$

и окончательно получаем с учетом неявного уравнения (7.38)

$$T_{Иmin} = \Phi_{min} + T_{CT} + T_2(S_0) - T_2(S_{KO}) + T_1 \left(S_{KO} + S_{ПЦ(K)}^{min} + S_{APC}(V_{Ди}) \right) - T_1(S_0 - L_{COCT}) + \frac{a_2(S_{KO}) - a_1 \left(S_{KO} + S_{ПЦ(K)}^{min} + S_{APC}(V_{Ди}) \right) S_{ПЦ}^{min}{}^2}{8(V_2(S_{KO}))^3}, \quad (7.43)$$

где $a_2 = V_2(S) \frac{dV_2(S)}{dS} \Big|_{S=S_{KO}}$ и $a_1 = V_1(S) \frac{dV_1(S)}{dS} \Big|_{S=S_{KO} + S_{ПЦ}^{min} + S_{APC}(V_{Ди})}$ -

ускорение прибывающего и уходящего поездов соответственно.

Таким образом, показано, что оптимальным с точки зрения обеспечения минимального интервала попутного следования является такое расположение изолирующих стыков, при котором лимитирующая точка делит лимитирующую рельсовую цепь пополам, а длина лимитирующей рельсовой цепи равна минимально допустимой по условиям нормальной работы рельсовых цепей. При этих условиях достигается минимально возможный интервал попутного следования, $T_{u min}$, определяемый формулой (7.43).

Преобразуем эту формулу к более удобному для расчетов виду. Для этого обозначим скорость прибывающего поезда в лимитирующей точке через V^* :

$$V^* = V_2(S_{KO}) \quad (7.44)$$

и введем вспомогательные переменные:

$$T_P(V^*) = T_1 \left(S_{KO} + S_{ПЦ}^{min} + S_{APC}(V_{Ди}) \right) - T_1(S_0 - L_{COCT}), \quad (7.45)$$

где $T_P(V^*)$ - время разгона уходящего со станции поезда до скорости V^* , и

$$T_{BT}(V^*) = T_2(S_0) - T_2(S_{KO}), \quad (7.46)$$

где $T_{BT}(V^*)$ - время движения прибывающего поезда в режимах выбега и торможения со скоростью V^* .

Тогда (7.43) можно переписать в виде

$$T_{Иmin} = \Phi_{min} + T_{CT} + T_P(V^*) + T_{BT}(V^*) + \frac{a_2(V^*) - a_1(V^*) S_{ПЦ}^{min}{}^2}{8(V^*)^3}. \quad (7.47)$$

Учитывая, что зона подхода к станции для подавляющего большинства перегонов метрополитена располагается на уклонах \pm 156

3%, можно приближенно считать скорость прибывающего поезда постоянной и равной V^* . Далее, при $V > 7,5$ м/с последнее слагаемое в формуле (7.47) (соответствующее третьему члену ряда Тэйлора в формуле (7.40) не превосходит 0,05 секунды. Пренебрегая этим слагаемым, получим удобную расчетную формулу:

$$T_{Imin} = \Phi_{min} + T_{CT} + T_P(V^*) + T_T(V^*) + \frac{S_{APC}(V_{Di}) + S_{PII}^{min} + L_{COCT} \cdot S_P(V^*) - S_T(V^*)}{V^*}, \quad (7.48)$$

где $T_T(V^*)$ - время торможения поезда движущегося со скоростью V^* до полной остановки; $S_P(V^*)$ - путь разгона поезда от $V=0$ до $V=V^*$; $S_T(V^*)$ - тормозной путь поезда при прицельном торможении от $V=V^*$ до полной остановки; $T_P(V^*)$ - время разгона поезда от $V=0$ до $V=V^*$.

7.2.3 Анализ результатов расчета.

Результаты расчета $T_{u min}$ в зависимости от скорости поезда в лимитирующей точке V^* при фиксированных уровнях скорости системы APC по формуле (7.44) приведены на рис. 7.8. При расчетах были использованы значения параметров, входящих в формулу (7.48), используемые в предыдущем параграфе. Траектории разгона и торможения поезда рассчитывались для подвижного состава типа 81-717 (81-714) при массе пассажиров 18 т на 1 вагон и напряжении на токоприемнике 750 В, тормозные пути $S_{APC}(V_{Di})$ определялись по диаграмме тормозных путей APC. Уровни допустимых скоростей системы APC выбраны из ряда 0; 40; 60; 70; 90 км/ч, зона срабатывания устройств APC $\mathcal{E} = 2$ км/ч.

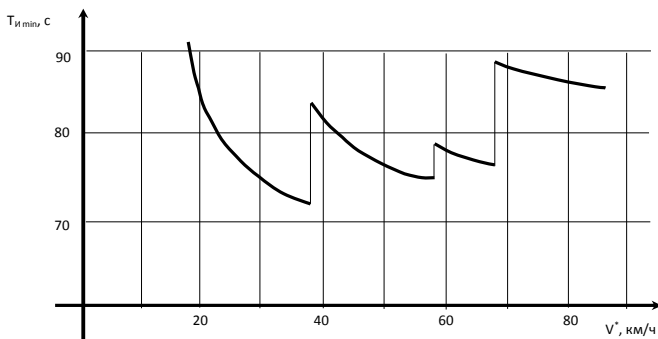


Рис. 7.8 Зависимость интервала попутного следования от скорости подхода к станции

Как видно из рис. 7.8, минимальный интервал движения в функции скорости прохождения лимитирующей точки V^* имеет минимумы в точках $V_{Ди} - \varepsilon$. Это означает, что для обеспечения минимального интервала попутного следования поездов и линии в целом программы движения поездов по всем перегонам линии должны обеспечивать выполнение условия

$$V^* = V_{Ди} - \varepsilon \quad (7.49)$$

для всех перегонов линии.

Невыполнение условия (7.49) хотя бы на одном перегоне линии приводит к невозможности достижения максимальной парности движения. При графике движения, составленном из расчета максимальной парности невыполнение условия (7.49) приводит к возникновению вредного взаимодействия поездов через систему обеспечения безопасности движения и в конечном счете к сбоям графика движения. Таким образом, формулы (7.48) и (7.49) позволяют выбрать минимальный интервал попутного следования поездов при составлении графика движения и программы движения поездов при его реализации.

Равенство (7.49) необходимо также учитывать при регулировании времени хода поездов по перегонам, если график движения рассчитан на максимальную парность.

7.2.4 Зависимость минимального интервала попутного следования от состояния транспортной системы.

Минимальный интервал попутного следования рассчитывается при заданных режимах движения поездов. Следовательно, $T_{И\min}$ не остается постоянным при изменении режимов движения следующих друг за другом поездов [45]. В централизованных системах автоведения верхний уровень управления вычисляет для каждого поезда в зависимости от рассогласования планового и исполненного графика требуемые длительности стоянок и времена хода по перегону [3]. При разных временах хода изменяются режимы движения поезда, что приводит к изменению $T_{И\min}$. Таким образом, рассчитанный для определенных условий минимальный интервал попутного следования (либо его потенциальная оценка) является информационно «бедным».

Так, в условиях метрополитена при централизованном управлении в том случае, когда используются ограничения на управление фиксированной величины, равной $T_{I\min}$, получаем увеличение числа остановок поездов по сигналам систем обеспечения безопасности. Эффективным средством улучшения качества управления является учет изменений ограничений на управление от состояния системы. Предлагаются [46] следующие характеристики перегонов линии:

- первая временная характеристика
 $T_{I\min j}[n+1] = f\{T_{Xj}[n], T_{C(j+1)}[n]\}$ - зависимость интервала по отправлению (n+1)-ого поезда с j-ой станции от времени хода впередиидущего (n-ого поезда) на перегоне и длительности стоянки n-ого поезда на (j+1)-ой станции.
- вторая временная характеристика
 $T_{ИОj}[n+1] = \varphi\{V_{допj}, T_{Cj}[n+1]\}$ - зависимость интервала по отправлению (n+1)-ого поезда с j-ой станции от величины допустимой скорости на j-ом перегоне и длительности стоянки n-ого поезда на (j+1)-ой станции.
- регулировочная характеристика
 $T_{Xj}^{\min доп}[n+1] = f\{T_{Xj}[n], T_{ИОj}[n+1], T_{C(j+1)}[n]\}$ - зависимость минимально допустимого времени хода (n+1)-ого поезда по j-ому перегону $T_{Xj}^{\min доп}[n+1]$ от интервала отправления этого поезда, времени хода впередиидущего поезда и его длительности стоянки на (j+1)-ой станции. Под минимально допустимой скоростью n-ого поезда на (j+1)-ом перегоне будем понимать такое минимальное время хода, для которого при известном времени хода впередиидущего поезда сзади идущий поезд еще может реализовать движение по «зеленым сигналам». Разность между плановым (графиковым) временем хода и минимально допустимым определяет, по существу, имеющийся ресурс нагона.

Аналитическое получение указанных характеристик сопряжено с известными трудностями. Разработана и реализована методика их получения методами имитационного моделирования [46]. Временные и регулировочные характеристики позволяют разработать алгоритмы централизованного управления, обеспечивающие значительное уменьшение числа остановок поездов по запрещающим сигналам систем обеспечения безопасности движения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тяга поездов и применение специализированных электронных вычислительных машин для тяговых расчетов. / Бабичков А. М., Егорченко В. Ф.-М.: Трансжелдориздат, 1962.- с. 263
2. Теория электрической тяги / Розенфельд В.Е., Исаев И.П., Сидоров Н.Н., Озеров М.И.; под ред. И.П. Исаева.-М. : Транспорт, 1995.- с. 294
3. Микропроцессорные системы автоведения электроподвижного состава / Баранов Л.А., Головичер Я.М., Ерофеев Е.В., Максимов В.М.; под ред Л.А. Баранова.-М.: Транспорт, 1990.- с. 272
4. Правила тяговых расчетов для поездной работы /-- М.:Транспорт, 1985.- с. 287
5. Соппротивление движению вагонов метрополитена / Радченко В.Д.- М.:Трансжелдориздат, 1956.- с. 71
6. Тяговые расчеты. / Гребенюк П. Т., Долганов А. Н., Скворцова А. И.- М.: Транспорт, 1987.
7. Улановский М. Б. Эффективный алгоритм расчета характеристик электровозов при меняющемся напряжении // Тр. ВНИИЖТ, №395, 1969.- с. 63 - 79
8. Мелёшин И.С. Модель поезда Московского метрополитена «Русич» с асинхронным тяговым приводом // Тезисы докладов X Научно-практическая конференция «Безопасность Движения Поездов».- М, 2009, с. V-15.
9. Системы автоматического и телемеханического управления электроподвижным составом / Баранов Л.А., Астрахан В.И., Головичер Я.М.; Под ред. Л.А. Баранова.-М. : Транспорт, 1984.- с. 311
10. Мугинштейн Л.А., Виноградов С. А., Ябко И.А. Энергооптимальный тяговый расчет движения поездов // Железнодорожный транспорт, №2, 2010.- с. 24-29
11. Илютович А.Е. Выбор вариации спуска в задаче оптимального управления управления со смешанными ограничениями. Декомпозиционный подход. // Автоматика и телемеханика, 9, 1989.- с. 103-114

12. P. G. Howlett, J. Cheng Optimal driving strategies for a train on a track with continuously varying gradient // The Journal of the Australian Mathematical Society. Series B. Applied Mathematics, 1995.- с. 388-410
13. Manuel A. Duarte, Patricia X. Sotomayor Minimum energy trajectories for subway systems // Optimal control applications & methods, 20, 1999.- с. 283-296
14. M. Domínguez, A.P. Cucala, A.Fernández, R.R. Pecharromán, J. Blanquer WCCR Lille, 9th World Congress on Railway Research, May 22-26, 2001 // Energy efficiency on train control: design of metro ATO driving and impact of energy accumulation devices, с. 1-12.
15. Энергоэффективность высокоскоростного движения // Железные дороги мира, 2010, №12.- с. 61-65
16. Гаев Д.В, Ершов А.В, Баранов Л.А., Гречишников В.А., Шевлюгин М.В. Внедрение энергосберегающих технологий // Мир транспорта, №3, 2010
17. Баранов Л.А., Мелёшин И.С., Чинь Л.М. Энергооптимальное управление движением поезда с рекуперативным тормозом при учете ограничений на фазовую координату // Наука и техника транспорта, №4, 2010.- с. 19-29
18. Математическая теория оптимальных процессов / Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф.-М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит, 1969.- с. 384
19. Дубовицкий А.Я, Милютин А.А. Задачи на экстремум при наличии ограничений // Журнал вычислительной математики и математической физики, №3, 1965.- с. 12-23
20. Оптимальное управление / Болтянский, В.Г.-Наука: М., 1972.- с. 408
21. Теория экстремальных задач / Иоффе А.Д., Тихомиров В.М.-Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., М., 1974.- с. 479
22. Головичер Я.М. Оптимальное управление тяговым подвижным составом в системах автоведения магистральных железных дорог // Докторская диссертация. Москва, 1994.- с. 346
23. Мелёшин И.С. Оценка основного сопротивления поезда метрополитена на основе фильтра Калмана // Мехатроника, автоматизация, управление, №1, 2011.- с. 31-36
24. Баранов Л.А., Мелёшин И.С. О параметрах сопротивления движению метропоездов // Мир транспорта, 2, 2010.- с. 102-107

25. Ерофеев Е.В. Выбор оптимальных режимов ведение на АЦВМ с применением метода динамического программирования // Труды МИИТа, вып 228, 1967
26. Моисеев А.А. Автоматизированная система расчета оптимальных режимов движения поезда метрополитена // Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук, 1992.- с. 193
27. Васильева М.А. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук. Москва, 2003.- с. 181
28. Ерофеев Е.В., Мостов И.С. Оптимизация программ движения поездов // Тр. МИИТ, Вып.550, 1977
29. Шор Н.З., Берестойвенко К.М., Росина Н.И. Автоматизация производства тяговых расчетов на ЭЦВМ // Кибернетика на транспорте, тема 8.- Киев, НТО Ю.З.Ж.Д., 1962
30. Динамическое программирование / Беллман Р.-, 1960.
31. Сидельников В.М. Выбор оптимального режима управления локомотивом с использованием ЭЦВМ // Вестник ВНИИЖТ, №2, 1965
32. Дувалян С.В. Построение оптимальной кривой движения поезда // Вестник ВНИИЖТ, №1, 1968.- с. 108
33. Ерофеев Е.В. Оптимизация программ систем автоведения // Тр. МИИТ, 661, 1980
34. Монахов О.И., Новокрещенова В.Д., Равнин В.В., Урдин В.И. Разработка оптимальных програм управления движением транспортных средств // Известия ВУЗов. Электромеханика, №5, 1991.- с. 61-66
35. Монахов О.И., Урдин В.И., Новокрещенова В.Д., Ворнаков Н.П. Автоматизированный расчет режимных карт в депо // Электрическая и тепловозная тяга, №12, 1989.- с. 12-13
36. Прикладные задачи динамического программирования / Беллман Р., Дрейфус С.-М.:Наука, 1965.- с. 450
37. Ерофеев Е.В. Определение оптимальных по расходу энергии перегонных времен хода поездов метрополитена // Вестник ВНИИЖТ, №2, 1979
38. Интервальное регулирование движения поездов на станциях метрополитена / Кравцов Ю.А., Е.В. Архипов, Ю.А. Барышев, Мухин Л.М.-:Автоматизация управления движением поездов

метрополитена. :Сб. научн. Тр. М.: Транспорт, 1987.- 70-81

39. Абрамов В.М. Условия безопасности, оптимизация и моделирование координатного сближения поездов метрополитена // Вестник ВНИИЖТ, 2, 1992.- с. 3-8
40. Баранов Л.А., Моисеев А.А. Учет пропускной и провозной способности линий метрополитена при оптимизации программ движения поездов // МИИТ. М., Деп. В ЦНИИТЭИ МПС, № 4318, 1988.- с. 24
41. Баранов Л.А., Моисеев А.А., Абрамов В.М., Полоцкий В.Н. Оптимизация интервала попутного следования поездов метрополитена // Вестник ВНИИЖТ, 5, 1992.- с. 29-31
42. Абрамов В.М., Полоцкий В.Н., Баранов Л.А., Моисеев А.А. Расчет и оптимизация координатного сближения поездов метрополитена // Вестник ВНИИЖТ, 6, 1992.- с. 24-28
43. Устройства железнодорожной автоматики, телемеханики и связи, Часть I / Д.В. Шалягин, Н.А. Цыбуля, С.С. Косенко и др; Шалягин Д.В.-М.: Маршрут, 2006.- с. 587
44. Баранов Л.А., Моисеев А.А. Тез. докладов научной конференции "Проблемы экологии, энергетики, безопасности транспорта. Результаты исследований практика их применения" // Потенциальная оценка минимального интервала попутного следования по условиям безопасности поездов метрополитена, 1992.
45. Баранов Л.А. Потенциальная оценка интервала попутного следования поездов и управления движением // Вестник МИИТа, №17, 2007
46. Баранов Л.А., Балакина Е.П., Воробьева Л.Н. Алгоритмы централизованного управления для поездов метрополитена // Мир транспорта, №2, 2007

Св. план 2011 г., поз. 51

Баранов Леонид Аврамович
Ерофеев Евгений Васильевич
Мелёшин Иван Сергеевич
Чинь Лыонг Миен

ОПТИМИЗАЦИЯ УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ ПОЕЗДОВ

Учебное пособие
по дисциплине
«Системы автоведения поездов»

Подписано к печ.
Усл.- печ.л. -
Заказ

Формат
Тираж экз.
