

## Автоколебания газа в трубе при горении за стабилизатором пламени

**В.М. ЛАРИОНОВ,**

**Т.И. НАЗАРЕНКО,**

кандидаты техн. наук (КТУ),

**С.Е. ФИЛИПОВ,**

аспирант

(ИММ КНЦ РАН, Казань)

*Исследуется самовозбуждение продольных колебаний газа в канале при горении за стабилизатором пламени. Разработана кинематическая модель колебаний фронта пламени, а на ее основе выполнен расчет границ вибрационного горения и частот колебаний в экспериментальной камере сгорания. Результаты расчета и эксперимента удовлетворительно согласуются.*

Известно, что в камерах сгорания воздушно-реактивных двигателей иногда происходит самовозбуждение акустических колебаний газа, и процесс горения становится неустойчивым [1, 2]. Изучение физических закономерностей этого явления – вибрационного горения, проводится на моделях с различной степенью приближения к натурным устройствам. В лабораторных условиях обычно используется канал круглого или квадратного сечения, по которому движется смесь топлива с воздухом, а горение происходит за телом плохообтекаемой формы. Б.В. Раушенбах [1] выделил три стадии развития вибрационного горения рассматриваемого типа и пришел к выводу, что можно говорить о механизмах обратной связи, действующих с самого начала (например, механизм, связанный с волнообразованием на фронте пламени), и о механизмах, появляющихся лишь после того, как акустические колебания достигли некоторого значения.

Известно [2], что фронт пламени способен усиливать бесконечно малые возмущения параметров потока, причем наличие колебаний газа является необязательным условием. Гидродинамическая (собственная) неустойчивость пламени может влиять на процесс самовозбуждения акустических колебаний, однако основной причиной считается влияние колебаний скорости потока на скорость тепловыделения при горении [1]. Фронт пламени приобретает периодически изменяющуюся волнистую структуру, изменения площади поверхности пламени приводят к колебаниям скорости тепловыделения, которые, в свою очередь, усиливают колебания потока. Область горения, в которой происходят заметные колебания теплоподвода, соответствует начальному участку пламени.

В среднем за период на начальном участке может выделяться мало тепла, в то время как колебательная составляющая тепловыделения будет существенной. Это естественно, поскольку начальные участки области горения, где горение еще не развилось полностью, особенно чувствительны к колебаниям параметров поступающей в область горения смеси. Кроме того, в начальных участках области горения расположен фронт пламени, который может менять свое положение.

Это в полной мере относится к горению за плохообтекаемым телом, когда начальный участок фронта пламени расположен в пограничном слое и является ламинарным [3]. Основная же часть пламени является турбулентной и практически не реагирует на бесконечно малые акустические возмущения. Таким образом, наиболее вероятной причиной вибрационного горения можно

считать волнообразование начального участка фронта пламени. Математическая модель этого процесса не разработана, т.е. не установлена зависимость скорости тепловыделения от колебаний скорости потока, без которой невозможен теоретический анализ вибрационного горения.

Были поставлены следующие задачи: исследование влияния продольных акустических колебаний газа в канале на скорость тепловыделения пламени при горении за плохообтекаемым телом; экспериментальное определение и расчет границ вибрационного горения, частоты колебаний газа в трубе в зависимости от коэффициента избытка воздуха и скорости движения горючей смеси.

Предлагаемая модель пламени представлена на рис. 1. Ламинарная часть фронта пламени считается бесконечно тонкой, его кривизна не учитывается, точка стабилизации ( $x_0, y = 0$ ), где горение и сопутствующие процессы протекают достаточно медленно, предполагается неподвижной. Поскольку собственное ускорение фронта пламени, связанное с гидродинамической неустойчивостью, не учитывается, перемещение любой его точки определяется кинематическим соотношением

$$\frac{\partial x_f}{\partial t} + \frac{U_n}{\cos \vartheta} = U, \quad (1)$$

где  $U_n$  – нормальная скорость распространения пламени;  $U$  – скорость потока в рассматриваемой точке.

В стационарном потоке пламя занимает фиксированное положение в пространстве и получается известное условие стабилизации наклонного фронта пламени [4]:

$$\frac{U_n}{\cos \vartheta} = U_n (1 + \operatorname{tg}^2 \vartheta)^{1/2} \approx U_n \operatorname{tg} \vartheta = U_n \frac{\partial x_f}{\partial y}.$$

Уравнение (1) принимает вид

$$\frac{\partial x_f}{\partial t} + U_n \frac{\partial x_f}{\partial y} = U. \quad (2)$$

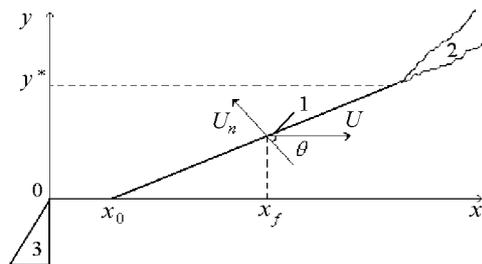


Рис. 1. Модель пламени: 1, 2 – ламинарная и турбулентная части пламени, 3 – стабилизатор

Положим  $U = \bar{U}(y) + u'(y, t)$ ,  $U_n = n_1 + n_2 y$ ,  $x_f = \bar{x}_f(y) + x'_f(y, t)$ . Для стационарного пламени  $\frac{\partial \bar{x}_f}{\partial y} = \bar{U}(y)/U_n(y)$ , а колебания фронта пламени описываются уравнением

$$\frac{\partial x'_f}{\partial t} + U_n(y) \frac{\partial x'_f}{\partial y} = u'(y, t). \quad (3)$$

В общем случае колебания скорости потока в пограничном слое отстают по фазе от колебаний в ядре потока [5]. Вблизи стенки фазовый сдвиг достигает  $45^\circ$ . На расстоянии порядка толщины акустического пограничного слоя этот сдвиг практически исчезает. Ширина акустического пограничного слоя мала по сравнению с шириной ламинарного гидродинамического пограничного слоя. Следовательно, можно положить, что колебания скорости в рассматриваемом пограничном слое происходят в фазе с колебаниями скорости основного потока. Так как при удалении от точек стабилизации скорость потока очень быстро становится близка к скорости на границе струи  $u'_s$ , можно положить  $u'(y, t) \approx u'_s(t) = u_s \exp(i\omega t)$ .

Решение уравнения (3) ищем в виде  $x'_f = F(y) \exp(i\omega t)$ . После подстановки получается обыкновенное дифференциальное уравнение, после интегрирования которого получим

$$F(y) = (i\omega)^{-1} \left[ c(n_1 + n_2 y)^{-i\omega/n_2} + u_s \right].$$

Определяя постоянную  $c$  из граничного условия  $F(0) = 0$ , получаем

$$x'_f = \frac{u_s \exp(i\omega t)}{i\omega} \left[ 1 - (1 + Ny)^{-\eta} \right], \quad N = n_2/n_1, \quad \eta = i\omega/n_2.$$

По закону сохранения массы периодическая составляющая расхода горючей смеси, пересекающей фронт пламени, равна

$$m'_f = m'_0 - \rho h \int_0^{y^*} \frac{\partial x'_f}{\partial t} dy = m'_0 - \rho u'_s h \int_0^{y^*} \left[ 1 - (1 + Ny)^{-\eta} \right] dy,$$

где  $m'_0 = \rho_0 u'_s h y^*$  – колебания расхода смеси, набегающей на ламинарную часть фронта пламени;  $\rho_0$  – плотность потока;  $h$  – ширина канала, в котором происходит горение. Выполнив интегрирование, получим

$$m'_f = \frac{m'_0(1 + i\omega\tau^*)}{(m-1) [1 + (\omega\tau^*)^2]} (m \exp(-i\omega\tau^* \ln m) - 1),$$

где

$$\tau^* = \frac{1}{n_2} = \frac{y^*}{U_n^* - U_{n,0}}; \quad m = \frac{U_n^*}{U_{n,0}}$$

$U_{n,0} = n_1$  – нормальная скорость распространения пламени в точках стабилизации;  $U_n^* = U_n(y^*)$ .

Колебания скорости тепловыделения, вызванные движением начального участка фронта пламени с учетом верхней и нижней частей пламени, рассчитываются так:

$$q' = 2g_f m'_f = K_u u'_s = Q_0 \bar{K}_u u'_s / U_{s,0},$$

где  $g_f$  – теплотворная способность единицы массы смеси;  $U_{s,0}$  – средняя скорость потока, набегающего на фронт пламени;  $Q_0 = 2g\rho_0 h y^* U_{s,0}$  – скорость тепловыделения в стационарном случае;  $\bar{K}_u = \bar{X}_u + i\bar{Y}_u$  – безразмерная передаточная функция пламени, связывающая колебания скорости тепловыделения с колебаниями скорости потока горючей смеси;

$$\begin{aligned} \bar{X}_u &= \frac{2}{(m-1) [1 + (\omega\tau^*)^2]} \times \\ &\times [m \cos(\omega\tau^* \ln m) - 1 + m\omega\tau^* \sin(\omega\tau^* \ln m)]; \\ \bar{Y}_u &= \frac{2}{(m-1) [1 + (\omega\tau^*)^2]} \times \\ &\times [\omega\tau^* m \cos(\omega\tau^* \ln m) - \omega\tau^* - m \sin(\omega\tau^* \ln m)]. \end{aligned}$$

Рассмотрим канал, закрытый на входе и открытый на выходе. Для расчета акустической энергии, выделяемой за единицу времени в зоне горения, воспользуемся известной формулой [6]:

$$A_c = (S/t_0)(B-1) \int_0^{t_0} \text{Re}(p'_{1,*}) \text{Re}(\bar{K}_u u'_{1,*}) dt,$$

где  $S$  – площадь сечения канала;  $t_0$  – период колебаний;  $B$  – отношение температур холодного и горячего газов. В рассматриваемом случае  $p'_{1,*}$ ,  $u'_{1,*}$  – акустические возмущения давления и скорости в сечении, где расположена вершина стабилизатора. Полагая  $p'_{1,*} = p_c \exp(i\omega t)$  и интегрируя, получим

$$A_c = -(B-1) S \bar{Y}_u p_c^2 / 2Y_{1,*}, \quad Y_{1,*} = ip'_{1,*} / u'_{1,*}.$$

Потери на трение о стенки для газа с постоянной по длине трубы температурой  $T_{2,0}$  составляют [7]:

$$A_v = \rho_{2,0} S_w (\omega v_2 / 2)^{1/2} \left( 1 + \frac{\gamma_2 - 1}{\sqrt{\text{Pr}}} \right) u_2^2 / 4, \quad (4)$$

где  $S_w$  – площадь боковой поверхности трубы;  $v_2$  – коэффициент кинематической вязкости;  $\gamma_2$  – показатель адиабаты;  $\text{Pr}$  – число Прандтля. Для газов  $v_2 \sim T_{2,0}^{3/2}$ ,  $\rho_{2,0} \sim T_{2,0}^{-1}$ . Частота колебаний однородного газа в трубе прямо пропорциональна скорости звука,

тогда  $\omega \sim T_{2,0}^{1/2}$ , а величина  $A$ , не зависит от температуры при условии постоянства числа Прандтля. Это значит, что влияние коэффициента вязкости и частоты колебаний компенсируется изменением плотности газа, т.е. при расчете акустической энергии, поглощаемой на стенках трубы, можно пренебречь градиентом температуры газа.

Акустические возмущения в идеальном изэнтропическом газе описываются выражениями, учитывающими постоянную скорость звука:

$$u'(x,t) = C \cos(\omega x/c + \varphi) \exp(i\omega t);$$

$$p'(x,t) = -i\rho_0 c C \sin(\omega x/c + \varphi) \exp(i\omega t).$$

Максимальную амплитуду колебаний скорости потока в трубе, заполненной газом с одинаковой температурой, можно связать с амплитудой колебаний давления в зоне горения ( $x = x^*$ ):

$$C_2 = D_2 p_c, \quad D_2 = \left( \rho_2^* c_2^* \left| \sin(\omega x^*/c_2^* + \varphi_{2,v}) \right| \right)^{-1}.$$

Тогда потери на стенках определяются по формуле

$$A_v = a_v p_c^2, \quad a_v = \frac{\pi R \rho_2^* (\omega v_2)^{1/2} l \left( 1 + \frac{\gamma-1}{\sqrt{\text{Pr}}} \right) D_2^2}{2^{3/2}}, \quad (5)$$

в которой для канала, открытого на конце, необходимо положить  $\varphi_{2,v} = -\omega l^*/c_2^*$ ,  $l^*$  – эффективная длина канала с учетом концевой поправки;  $\rho_2^*$ ,  $c_2^*$  – плотность газа и скорость звука в зоне горения соответственно.

Решения волнового уравнения, в котором скорость звука изменяется по линейному закону  $c_2 = a - bx$  [6], имеют вид

$$u'_2(x,t) = C_2 \exp(i\omega t) (1 - bx/a)^{1/2} \cos[\varphi_2 - \omega\beta/b \ln(1 - bx/a)]; \quad (6)$$

$$p'_2(x,t) = -i\rho_2 c_2 C_2 \exp(i\omega t) (1 - bx/a)^{1/2} \{ b/2\omega \cos[\varphi_2 - \omega\beta/b \ln(1 - bx/a)] + \beta \sin[\varphi_2 - \omega\beta/b \ln(1 - bx/a)] \}, \quad (7)$$

где  $\beta = \sqrt{1 - (b/(2\omega))^2}$ ;  $\varphi_2 = \omega\beta/b \ln(1 - bl^*/a) - \arctg(b/(2\omega\beta))$ .

Излучение звука на конце канала описывается выражением [5]:

$$A_l = (S/t_0) \int_0^{t_0} \text{Re}(X_l u'_l) \text{Re}(u'_l) dt = SX_l u_l^2 / 2,$$

где  $X_l$  – действительная часть импеданса на конце канала.

С учетом формул (6), (7) амплитуда колебаний скорости потока на конце трубы составляет

$$u_l = |u'_{2,l}| = D_l p_c, \quad D_l = \frac{\left| \cos \left[ \varphi_2 - (\omega\beta/b) \ln(1 - bl/a) \right] \right|}{\rho_2^* c_2^* \left| b(2\omega)^{-1} \cos \varphi_2^* + \beta \sin \varphi_2^* \right|},$$

где  $\varphi_2^* = \varphi_2 - (\omega\beta/b) \ln(1 - bx^*/a)$ .

Потери, связанные с излучением звука на выходе из трубы, представим в виде

$$A_l = a_l p_c^2, \quad a_l = SX_l D_l^2 / 2. \quad (8)$$

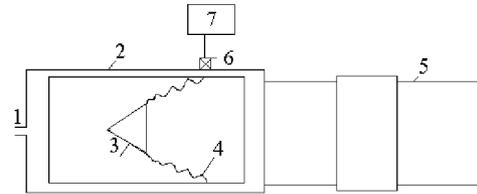


Рис. 2. Экспериментальная камера сгорания: 1 – смесь, 2 – камера сгорания, 3 – стабилизатор, 4 – пламя, 5 – секционная труба, 6 – микрофон, 7 – измерительный блок

Положим  $A_c = a_c p_c^2$ . Энергетическое условие самовозбуждения колебаний запишем в виде  $A_c \geq A_v + A_l$  [1, 6]. С учетом выражений (5), (8) уравнение, описывающее границы вибрационного горения, имеет вид

$$a_c - a_v - a_l = 0. \quad (9)$$

В качестве примера возьмем экспериментальную камеру сгорания длиной 0,8 м, разработанную Т.И. Назаренко (рис. 2). Поперечное сечение входной секции – квадрат со стороной 40 мм. Боковые стенки выполнены из термостойкого стекла, что дает возможность изучать структуру пламени оптическими интерференционными методами в сочетании с высокоскоростной фотосъемкой. Стабилизатор 3 – клин с углом при вершине 120° и степенью загромождения сечения камеры 0,66. Пропано-воздушная смесь 1 поступала в камеру сгорания 2 через узкую щель, площадь которой намного меньше площади сечения начальной секции. Поэтому прохождение звука в систему подачи не учитывается, а вход в камеру сгорания 2 считается акустически закрытым. Площади поперечных сечений квадратной секции и трубы-резонатора (внутренний диаметр 45 мм) почти равны. Известно, что уравнения, описывающие распространение продольных акустических волн в прямоугольном и цилиндрическом каналах, одинаковы. Поэтому можно ожидать, что частоты колебаний в реальной камере сгорания будут почти такие же, как и в трубе той же длины при тех же граничных условиях. Частоты колебаний определялись из уравнения [6].

На входе в канал  $u'_l(0,t) = 0$ , поэтому  $\varphi_1 = \pm \pi/2$ ,  $Y_1 = -\rho_{1,0} c_1 \text{ctg}(\omega x^*/c_1)$ . Для трубы, открытой на конце, используется формула  $X_l = \rho_{l,0} (\omega R/2)^2 / c_l$  [5].

Уравнение частот колебаний в общей форме приведено в работе [6]. В рассматриваемом случае оно имеет вид

$$b/(2\omega) + \beta \text{tg} \left[ \varphi_2 - (\omega\beta/b) \ln(1 - bx^*/a) \right] + \sqrt{B} \text{ctg}(\omega x^*/c_1) = 0. \quad (10)$$

Температура газа на выходе из трубы определялась по эмпирической формуле  $T_l = (0,126 + 0,074 U_{s,0}) T_2^*$ ,  $T_2^*$  – температура горения. Тогда  $\rho_{l,0} = \rho_{1,0} T_{1,0} / T_l$ ,  $c_l = c_1 (T_l / T_{1,0})^{1/2}$ ,  $\rho_{1,0} = 1,23 \text{ кг/м}^3$ ,  $T_{1,0} = 293 \text{ К}$ .

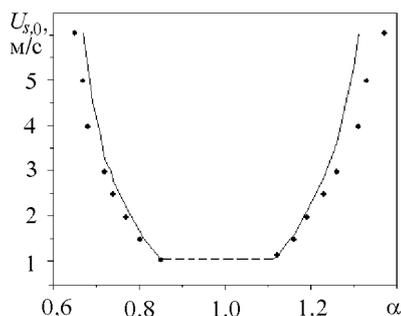


Рис. 3. Границы вибрационного горения: сплошная линия – теория, точки – эксперимент, пунктирная линия – проскок пламени

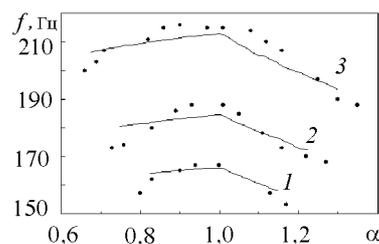


Рис. 4. Зависимость частоты колебаний от параметров потока: линии – теория; точки – эксперимент; 1 –  $U_{s,0} = 1$  м/с, 2 – 2 м/с, 3 – 6,1 м/с

Точка на фронте пламени, соответствующая переходу от ламинарного к турбулентному горению, определялась эмпирическим выражением  $y^* = 2,38U_n \cdot 10^{-3}$  м. Использовались известные значения  $U_{n,0} = 0,08$  м/с,  $U_n^* = 0,42$  м/с [4].

Алгоритм расчетов следующий. Задавались термодинамические и геометрические параметры, коэффициент избытка воздуха и скорость потока, обтекающего стабилизатор. Из уравнения (10) численно определялась частота колебаний и подставлялась в формулы для  $A_c$ ,  $A_v$ ,  $A_l$ . Далее коэффициент избытка воздуха изменялся и находились значения  $\alpha$ ,  $f = \omega/(2\pi)$ , при которых выполняются энергетическое условие самовозбуждения колебаний и уравнение (9). Затем вычисления повторялись для других значений скорости потока. Эксперимент проводился по аналогичной схеме.

Результаты исследования (рис. 3) показали, что вибрационное горение возникает сразу, как только удается стабилизировать пламя. По мере увеличения скорости потока, обтекающего стабилизатор, границы возбуждения колебаний расширяются и располагаются по обе стороны от коэффициента избытка воздуха  $\alpha = 1$ . При этом частота колебаний газа возрастает (рис. 4), что объясняется увеличением средней по длине камеры температуры газа. Расчеты показывают, что колебания происходят с наименьшей из возможных частот колебаний в камере сгорания. На указанных рисунках также приведены теоретические

кривые, которые показывают, что результаты расчета удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Раушенбах Б.В. Вибрационное горение. М.: Физматгиз, 1961. 500 с.
2. Нестационарное распространение пламени / Под ред. Дж. Маркштейна. М.: Мир, 1968. 438 с.
3. Вильямс Г., Хоттел Г., Скарлок Л. Стабилизация и распространение пламени в газовом потоке большой скорости // Вопросы горения. М.: Иностранная литература, 1953. Т. 1. С. 31 – 63.
4. Хитрин Л.Н. Физика горения и взрыва. М.: Изд-во МГУ, 1957. 442 с.
5. Галиуллин Р.Г., Ревва И.П., Халимов Г.Г. Теория термических колебаний. Казань: Изд-во КГУ, 1982. 155 с.
6. Ларионов В.М., Назаренко Т.И. Методика акустического расчета камер сгорания тепловых машин, работающих в режиме вибрационного горения // Изв. вузов. Авиационная техника. 2000. № 4. С. 68 – 69.
7. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. Т. 6. 736 с.

Поступила в редакцию  
18.08.03

## Self-Excited Gas Oscillations in a Tube in Combustion behind a Flame Stabilizer

V.M. LARIONOV, T.I. NAZARENKO, AND S.E. FILIPOV

*We study self-excitation of longitudinal gas oscillations in combustion behind a flame stabilizer. We developed a kinematic model of flame front oscillations and used it as a basis for calculating vibrating combustion boundaries and oscillation frequencies in the experimental combustion chamber. The results of calculations and the experiment are in a good agreement.*