ПОЛИНОМИАЛЬНАЯ АППРОКСИМАЦИЯ ТРАЕКТОРИИ НЕЛИНЕЙНО ДВИЖУЩЕГОСЯ МОРСКОГО ОБЪЕКТА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТОЛЬКО УГЛОМЕРНОЙ ИНФОРМАЦИИ

Пюннинен С.А.

Северо-Западный государственный заочный технический университет, Санкт-Петербург

В данной статье, рассматривается способ определения траектории движения морского объекта по угломерной информации основанный на аппроксимации траектории ортогональными полиномами Чебышёва. Моделирование траектории объекта наблюдения осуществляется посредством параметрических функций координат от времени.

В настоящее время известен ряд методов вычисления координат и параметров движения объектов (КПДО) применительно к морским подвижным объектам (МПО) в пассивном режиме, основанных на использовании только угломерной информации [1],[2]. Общей чертой данных методов является то, что они применимы лишь при равномерном прямолинейном движении наблюдаемого объекта, в то время как в реальных условиях движение МПО как правило нелинейно.

В данной работе движение наблюдаемого МПО будем рассматривать в параметрическом виде, аппроксимируя функций координат от времени x=x(t) и y=y(t) посредством линейной комбинации ортогональных многочленов Чебышева [4]. Такой подход позволит решить задачу определения КПДО МПО, даже в случае нелинейного характера движения объекта наблюдения.

Пусть на плоскости задана прямоугольная декартова система координат Oxy. В этой плоскости движутся две точки Н – наблюдатель, и Ц – объект наблюдения.

При этом наблюдатель (Н) движется по заведомо известной траектории, состоящей из двух галсов, и в течение времени t с заданным периодом дискретизации Δt производит замеры пеленга P(t) объекта наблюдения (Ц).

Запишем уравнения движения для этих точек в параметрическом виде:

Для точки Н:

$$\begin{cases} \bar{x} = \bar{x}(t) \\ \bar{y} = \bar{y}(t) \end{cases} \quad (1)$$

и для точки Ц:

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \end{cases} \quad (2)$$

Требуется определить функции $x(t)$ и $y(t)$, считая, что $\bar{x}(t)$ и $\bar{y}(t)$ известны. Будем искать уравнение траектории движения Ц в параметрическом виде, аппроксимируя траекторию посредством линейной комбинации полиномов Чебышева.

$$x(t) = a_0T_0(t) + a_1T_1(t) + ... + a_nT_n(t), \quad (3)$$

$$y(t) = b_0 T_0(t) + b_1 T_1(t) + ... + b_n T_n(t), \quad (4)$$

где $a_0, a_1, ...a_n, b_0, b_1, ...b_n$ - искомые коэффициенты, а $T_0(t), T_1(t), ...T_n(t)$ - ортогональные полиномы Чебышева первого рода от приведенного времени наблюдения t.

Приведенное время наблюдения вычисляется по формуле:

$$t = \frac{2\bar{t} - \bar{t}_н - \bar{t}_к}{\bar{t}_к - \bar{t}_н}, \qquad (5)$$

где $\bar{t}$ - текущее время наблюдения, $\bar{t}_н$ - начальное время наблюдения, $\bar{t}_к$ - конечное время наблюдения.

Для решения задачи воспользуемся уравнением прямой с угловым коэффициентом, устанавливающей связь по пеленгу точек Н и Ц.

$$y - \bar{y} = k(t)(x - \bar{x}), \quad (6)$$

где $k(t)$ - угловой коэффициент, вычисляемый по формуле:

$$k(t) = tg\left(\frac{\pi}{2} - P(t)\right) = ctg(P(t)). \qquad (7)$$

Перепишем уравнение (6) в виде:

$$y - k(t)x = \bar{y} - k(t)\bar{x}, \qquad (8)$$

где в правой части сосредоточены известные величины, а в левой – неизвестные, требующие определения.

Если подставить выражения (3) и (4) в выражение (8) и полагать $t = t_i$, получим систему линейных уравнений:

$$b_0 T_0(t_i) + b_1 T_1(t_i) + ... + b_n T_n(t_i) - k(t_i)(a_0 T_0(t_i) + a_1 T_1(t_i) + ... + a_n T_n(t_i)) = \bar{y}(t_i) - k(t_i)\bar{x}(t_i). \quad (9)$$

Запишем эту систему в матричной форме:

$$AX = F, \qquad (10)$$

где A - матрица решений полиномов Чебышева от времени наблюдения, X – вектор столбец искомых коэффициентов, F- вектор столбец решений.

Для компенсации ошибок наблюдения воспользуемся методом наименьших квадратов [6].

$$A^T AX = A^T F \quad (11)$$

Решать систему (11), можно различными способами, например методом Гаусса.

В качестве примера рассмотрим следующую задачу.

Пусть точка Ц движется по нелинейной траектории, описанной системой параметрических функций:

$$\begin{cases} x = t + 70 \\ y = (t)^2 / 600 - 0.7 * t + 1000 \end{cases} \qquad (12)$$

Пусть точка Н движется по траектории, заданной таблицей:

X(м)	10	Vx (м/с)	2.5	1	2
Y(м)	60	Vy (м/с)	0	2	3
t (с)	0	Δt (с)	200	200	200

Выберем период дискретизации наблюдений Δt=20c.

Для формирования системы (9) воспользуемся методами математического моделирования, рассчитав точные значения угловых коэффициентов (7), дополнительно наложим на полученные значения случайный шум е, распределенный по нормальному закону, такой что |e|<0.001.

Решив, полученную систему мы найдем вектор искомых коэффициентов X и подставив их в (3) и (4) получим зависимости $x(t), y(t)$.

График отклонений расчетных $x(t), y(t)$ значений от истинных координат $\tilde{x}(t), \tilde{y}(t)$ точки Ц представлен на Рис.1.

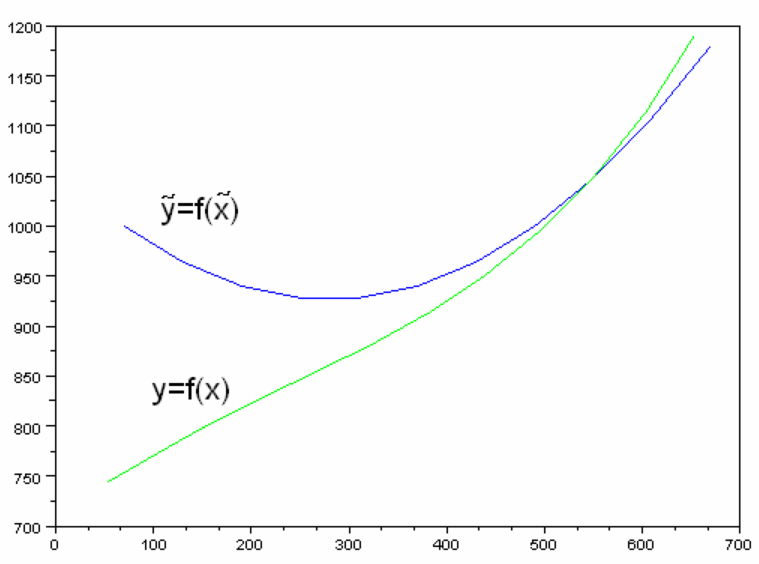

Рис.1 «Отклонения расчетных координат объекта от действительных координат»

Таким образом:

1) применение линейной комбинации полиномов Чебышева для аппроксимации параметрически заданных функций координат МПО от времени наблюдения позволило успешно решить задачу определения КПДО нелинейно движущегося МПО с использованием только угломерной информации;

2) ошибка определения КПДО для рассмотренных условий наблюдения на конечный момент времени составила менее 1 %, и может быть уменьшена за счет выбора оптимального метода математической фильтрации ошибки, а так же увеличением числа членов аппроксимирующего ряда;

Список используемых источников

1 Кудрявцев К. В., “Исследование и разработка метода рационального определения параметров движения морских объектов по угломерной информации”: Дис. канд. техн. наук : Москва, 2006, 116 с. РГБ ОД, 61:06-5/3066.

2 Middlebrook D.L., “Bearings-only tracking automation for a single unmanned underwater vehicle” : Thesis (S.M.) Massachusetts Institute of Technology, Dept. of Mechanical Engineering, 2007.

3 Шарапудинов И. И., “Приближение дискретных функций и многочлены Чебышева, ортогональные на равномерной сетке”: Матем. заметки, 67 : 3 (2000), сс. 460–470.

Информация об авторе

Пюннинен Сергей Александрович, аспирант кафедры системного анализа и управления инновациями ИСААиУ.
pyunninen@gmail.com

Данные для цитирования

Пюннинен С.А. Полиномиальная аппроксимация траектории нелинейно движущегося морского объекта с использованием только угломерной информации/ С.А. Пюннинен/ Наука в современном мире //Материалы I Международной научно-практической конференции.– М.: Компания Спутник+, 2010, –Сс. 294-297.