



В. А. Курнаев В. А. Урусов

018-95

АППАРАТНЫЕ ФУНКЦИИ
ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИХ И МАГНИТНЫХ
АНАЛИЗАТОРОВ И ОБРАБОТКА
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Государственный комитет Российской Федерации
по высшему образованию
Московский государственный инженерно-физический институт
(технический университет)

В.А. Курнаев В.А. Урусов

Аппаратные функции электростатических и магнитных анализаторов
и обработка экспериментальных результатов

Препринт 018-95

Утверждено
рассоветом института

Москва 1995

Кунаев В.А., Урусов В.А. Аппаратные функции электростатических и магнитных анализаторов и обработка экспериментальных результатов. М.: Преспринт/МИФИ, 018-95 1995. -36с.

На основе анализа движения заряженных частиц в электростатических и магнитных полях получены интегральные уравнения, связывающие сигнал на выходе анализатора и функцию распределения заряженных частиц по энергии (по импульсу). Доказано, что уравнение свертки, ранее предложенное другими авторами для описания связи между сигналом на выходе анализатора и энергетической функцией распределения, неприменимо для анализаторов, работающих в режиме спектрометра. Показано, что для дисперсионных электростатических анализаторов, работающих в режиме спектрометра, обработка спектра делением сигнала на энергию применима лишь при условии линейной связи потенциалов на всех электродах. Получено уравнение, связывающее сигнал на выходе анализатора и энергетическую функцию распределения при учете влияния шумов. Показано, что при условии линейной связи средних значений потенциалов и для спектров, энергетическая функция распределения которых слабо меняется на ширине аппаратной функции, обработка спектра в первом приближении сводится к делению сигнала на энергию.

© В.А.Кунаев, В.А.Урусов, 1995

© Московский государственный инженерно-физический институт
(технический университет), 1995

ISBN 5-7262-0224-4

1. Введение

Многие современные методики исследования твердого тела и плазмы основаны на анализе энергетических спектров заряженных частиц. В этих исследованиях применяются электростатические и магнитные анализаторы потоков заряженных частиц.

Распределения заряженных частиц по энергии или импульсу определяют, снимая сигнал на выходе анализатора. Поскольку сигнал на выходе анализатора передает форму энергетического спектра частиц с искажениями, то возникает задача о восстановлении истинного спектра частиц по сигналу на выходе анализатора.

Для электростатических анализаторов в ряде работ (например, [1]) задача по восстановлению истинного распределения сводилась к решению интегрального уравнения свертки:

$$I(W) = C \cdot \int_0^W A(W-E) \cdot f(E) dE. \quad (1.1)$$

где $I(W)$ - сигнал на выходе анализатора,

$f(E)$ - функция распределения частиц по энергии,

$A(W-E)$ - аппаратная функция анализатора,

W - энергия настройки анализатора,

C - постоянная.

Однако разрешение по энергии $\Delta E/E$ для электростатических анализаторов и разрешение по импульсу $\Delta p/p$ для магнитных анализаторов во многих случаях не зависят от энергии или импульса и, следовательно, сигнал на выходе анализатора и функция распределения по энергии (импульсу) не могут быть связаны в этих случаях уравнениями свертки вида (1.1).

Известно [2], что при восстановлении распределения по энергии (по импульсу) сигнал на выходе анализатора $I(E)$ (или $I(p)$) делится на E (или p соответственно).

В работе [3] на основе аппроксимации экспериментальных данных для конкретного анализатора задача о восстановлении истинного энергетического распределения сводилась к решению интегрального уравнения вида

$$I(W) = C \cdot \int_0^W A\left(\frac{W}{E}\right) \cdot f(E) dE. \quad (1.2)$$

Было получено решение этого уравнения в общем виде в интегральной форме, а также показано, что приближенное решение уравнения (1.2) для широкого спектра получается делением сигнала на выходе анализатора $I(W)$ на W .

В работе [4], также для конкретного анализатора, задача о восстановлении энергетического распределения сводилась к решению уравнения вида (1.2). Решение было получено в виде ряда.

Однако вопрос о том, в каких случаях для обработки экспериментальных данных следует пользоваться уравнениями первого или второго типа, в общем случае остался открытым. Кроме того, можно показать, что процедура восстановления спектра делением на энергию или импульс несовместима с уравнением вида (1.1).

Целью данной работы является попытка в общем случае установить связь между сигналом на выходе анализатора и функцией распределения частиц по энергии или импульсу для анализаторов, работающих в режиме спектрометра, восстановление истинного распределения и влияние на точность такого восстановления различных факторов.

2. Уравнения траекторий

Рассмотрим движение нерелятивистской заряженной частицы в электростатическом поле:

$$m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = -q \cdot e \cdot \nabla U, \quad (2.1)$$

где U - потенциал электрического поля.

Воспользуемся изложенным в [5] подходом. Пусть \vec{R} - радиус-вектор частицы, а S - координата, совпадающая с его траекторией. Тогда

$$\vec{v} = \frac{d\vec{R}}{dt} = \frac{d\vec{R}}{dS} \cdot \frac{dS}{dt} = \frac{d\vec{R}}{dS} \cdot v, \quad (2.2)$$

где v - абсолютная скорость частицы.

Подставляя (2.2) в (2.1), получаем

$$2 \cdot \frac{d^2\vec{R}}{dS^2} \cdot \frac{mv^2}{2} + \frac{d\vec{R}}{dS} \cdot \frac{d(mv^2/2)}{dS} = -q \cdot e \cdot \nabla U. \quad (2.3)$$

Учитывая, что

$$\frac{mv^2}{2} = E_0 - q \cdot e \cdot U,$$

где E_0 - полная энергия частицы, и деля обе части уравнения (2.3) на E_0 , получаем

$$2 \cdot \frac{d^2\vec{R}}{dS^2} \cdot \left(1 - \frac{q \cdot e \cdot U}{E_0}\right) - \frac{d\vec{R}}{dS} \cdot \frac{d(q \cdot e \cdot U/E_0)}{dS} = -\nabla \left(\frac{q \cdot e \cdot U}{E_0}\right). \quad (2.4)$$

Из уравнения (2.4) следует, что при изменении потенциала поля во всем пространстве и энергии E_0 в L раз траектория частицы остается прежней при условии, что начальные координаты и направление вектора начальной скорости не меняются.

Аналогично рассмотрим движение релятивистской заряженной частицы в постоянном магнитном поле:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \right) = \frac{q \cdot e}{c} \cdot [\vec{v}, \vec{H}]. \quad (2.5)$$

Подставляя (2.2) в уравнение движения (2.5), учитывая, что в магнитном поле кинетическая энергия частиц не меняется ($d\vec{v}/dS = 0$), и вводя вектор $\vec{h} = \vec{H}/H$, для уравнения траектории получаем

$$\frac{d^2\vec{R}}{dS^2} = \frac{q \cdot e \cdot H}{p \cdot c} \cdot \left[\frac{d\vec{R}}{dS}, \vec{h} \right], \quad (2.6)$$

где $p = \frac{mv}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$ - величина импульса.

Из уравнения (2.6) также следует, что при изменении величины импульса и величины напряженности магнитного поля в L раз траектория частицы остается прежней.

3. Аппаратная функция анализатора и обработка результатов измерений

Рассмотрим движение заряженных частиц в электростатическом анализаторе.

Пусть частица влетает в анализатор в точке с координатами (η_i, ξ_i) (система координат совпадает с плоскостью входного электрода и в общем случае является криволинейной) в направлении, задаваемом углами (α, β) с энергией $E = E_0/c$, где c - элементарный заряд. Распределение поля в анализаторе задается потенциалами U_i , где $i=1, \dots, n$, на электродах относительно входного электрода, который находится под нулевым потенциалом. На выходном n -м электроде анализатора частица окажется в точке с координатами (η_{ii}, ξ_{ii}) (система координат лежит в плоскости выходного электрода и в общем случае является криволинейной).

Координаты η_{ii}, ξ_{ii} находятся из решения уравнения движения (2.1):

$$\begin{aligned}\eta_{ii} &= \eta_{ii}(\eta_i, \xi_i, \alpha, \beta, E, U_1, \dots, U_n), \\ \xi_{ii} &= \xi_{ii}(\eta_i, \xi_i, \alpha, \beta, E, U_1, \dots, U_n).\end{aligned}\quad (3.1)$$

Поскольку траектория частицы (уравнение (2.4)) остается неизменной при изменении ее энергии и потенциала во всем пространстве в L раз, то и значения η_{ii}, ξ_{ii} останутся неизменными при одновременном изменении в L раз E и U_i , где $i=1, \dots, n$.

Это условие выполняется только в случае, когда энергия и потенциалы входят в функции координат η_{ii}, ξ_{ii} в виде отношения.

Аналогично можно показать, что величина заряда и энергия также входят в виде отношения. Следовательно, η_{ii}, ξ_{ii} будут иметь вид

$$\begin{aligned}\eta_{ii} &= \eta_{ii}\left(\eta_i, \xi_i, \alpha, \beta, \frac{qU_1}{E}, \dots, \frac{qU_n}{E}\right), \\ \xi_{ii} &= \xi_{ii}\left(\eta_i, \xi_i, \alpha, \beta, \frac{qU_1}{E}, \dots, \frac{qU_n}{E}\right)\end{aligned}\quad (3.2)$$

Если частицы на входе в анализатор имеют функцию распределения по координатам сечения поверхностью входной диафрагмы, углам и энергии $f(\eta_i, \xi_i, \alpha, \beta, E)$, то количество частиц, имеющих энергию в интервале от E до $E+dE$ и вылетевших в направлении, заданном углами α, β в элемент телесного угла $d\Omega$ с элементом площади входной диафрагмы dS_0 в единицу времени, равно

$$d^3 I = I_0 \cdot f(\eta_i, \xi_i, \alpha, \beta, E) d\Omega dS_0 dE,\quad (3.3)$$

где $I_0 = \iiint \frac{d^3 I}{d\Omega dS_0 dE}$ - количество частиц, прошедших через отверстие

во входной диафрагме в единицу времени.

Для того чтобы найти количество частиц I , прошедших через отверстие в выходной диафрагме в единицу времени, необходимо выражение (3.3) проинтегрировать по всем траекториям, проходящим через отверстие в выходном электроде. Для этого выразим углы α, β через координаты η_{ii}, ξ_{ii} системы координат выходного электрода

$$\begin{aligned}\alpha &= \alpha\left(\eta_i, \xi_i, \eta_{ii}, \xi_{ii}, \frac{qU_1}{E}, \dots, \frac{qU_n}{E}\right), \\ \beta &= \beta\left(\eta_i, \xi_i, \eta_{ii}, \xi_{ii}, \frac{qU_1}{E}, \dots, \frac{qU_n}{E}\right)\end{aligned}\quad (3.4)$$

и, подставив в (3.3), проинтегрируем по энергии и площадям входного и выходного отверстий:

$$I = I_0 \cdot \int_0^T \iint_{S_0 S_1} \Gamma\left(\eta_i, \xi_i, \eta_{ii}, \xi_{ii}, \frac{qU_1}{E}, \dots, \frac{qU_n}{E}, E\right) J(\alpha, \beta, \eta_{ii}, \xi_{ii}) \cdot \sin \alpha \cdot dS_1 dS_0 dE,\quad (3.5)$$

где $J\left(\alpha, \beta, \eta_i, \xi_i, \eta_{ii}, \xi_{ii}, \frac{qU_1}{E}, \dots, \frac{qU_n}{E}\right) = \frac{\partial(\alpha, \beta)}{\partial(\eta_i, \xi_i)}$ - якобиан преобразования.

Предположим, что распределение по энергии в анализируемом пучке не зависит от распределения по сечению и углам:

$$f(\eta_i, \xi_i, \alpha, \beta, E) = f_1(\eta_i, \xi_i, \alpha, \beta) \cdot f_2(E).\quad (3.6)$$

С такой функцией выражение (3.5) можно представить в виде

$$I = I_0 \cdot \int_0^T A\left(\frac{qU_1}{E}, \dots, \frac{qU_n}{E}\right) \cdot f_2(E) dE,\quad (3.7)$$

где

$$A\left(\frac{qU_1}{E}, \dots, \frac{qU_n}{E}\right) = \iint_{S_0 S_1} f_1\left(\eta_i, \xi_i, \eta_{ii}, \xi_{ii}, \frac{qU_1}{E}, \dots, \frac{qU_n}{E}\right) J(\alpha, \beta, \eta_{ii}, \xi_{ii}) \cdot \sin \alpha dS_1 dS_0.\quad (3.8)$$

Для моноэнергетического потока частиц $f_2(E) = \delta(E - E_0)$:

$$A\left(\frac{qU_1}{E_0}, \dots, \frac{qU_n}{E_0}\right) = \frac{\left(\frac{qU_1}{E_0}, \dots, \frac{qU_n}{E_0}\right)}{I_0}. \quad (3.9)$$

Функция $A\left(\frac{qU_1}{E_0}, \dots, \frac{qU_n}{E_0}\right)$ является аппаратной функцией анализатора, т.к.

она выражает зависимость сигнала на выходе анализатора от потенциалов на электродах для моноэнергетического пучка частиц.

Необходимо отметить, что аппаратная функция анализатора будет функцией отношений потенциалов к энергии частиц даже в том случае, если не будет выполняться условие взаимного однозначного соответствия между углами α, β на входе анализатора и координатами η_i, ξ_i на выходе, т.к. аппаратная функция является интегралом по всем траекториям, проходящим через отверстие в выходной диафрагме, а каждая траектория в анализаторе является функцией отношений потенциалов на электродах к энергии частиц, например, при фокусировке пучка в точку.

Рассмотрим теперь вопрос о применимости уравнений (1.1) и (1.2) для описания связи между интенсивностью пучка на выходе анализатора I и распределением частиц по энергии, предполагая, что анализатор работает в режиме спектрометра [1], т.е. ток на выходе анализатора измеряется в зависимости от потенциалов на электродах.

В уравнении свертки (1.1) аппаратная функция является функцией разности энергии настройки анализатора W и энергии частиц E , с другой стороны, аппаратная функция должна удовлетворять выражению (3.9), т.е. зависеть от отношения потенциалов к энергии. Следовательно, разность энергии настройки и энергии частиц должна быть функцией отношения потенциалов к энергии частиц, т.е.

$$W - E = F_1\left(\frac{qU_1}{E}, \dots, \frac{qU_n}{E}\right) \quad (3.10)$$

Из этого выражения следует, что энергия настройки является функцией энергии частиц. С другой стороны, энергия настройки анализатора W является лишь функцией потенциалов на электродах и не зависит от того, с какой энергией частицы попадают в анализатор:

$$W = F_2(U_1, \dots, U_n). \quad (3.11)$$

Следовательно, для электростатических анализаторов, работающих в режиме спектрометра, уравнение свертки вида (1.1) неприменимо для описания связи между током на выходе анализатора и функцией распределения по энергии. Это утверждение

не распространяется на анализаторы, работающие в режиме спектрографа, когда энергия настройки определяется координатой в фокальной плоскости.

В уравнении вида (1.2) аппаратная функция является, с одной стороны, функцией отношения энергии настройки к энергии частиц, с другой - функцией отношения потенциалов к энергии частиц, т.е.

$$\frac{W}{E} = F_2\left(\frac{qU_1}{E}, \dots, \frac{qU_n}{E}\right). \quad (3.12)$$

Однако условие (3.12) не является достаточным для того, чтобы аппаратная функция анализатора имела вид $A\left(\frac{W}{E}\right)$. Аппаратная функция будет зависеть от отношения W/E только в том случае, если при изменении энергии частиц в L раз во столько же раз изменится электрические поля на всей траектории движения частиц. Это условие строго выполняется только в случае, если выполнено условие подобия электрического поля во всем пространстве анализатора. Следовательно, в этом случае потенциалы на электродах должны быть линейно связаны:

$$\frac{U_2}{U_1} = \lambda_2; \dots; \frac{U_n}{U_1} = \lambda_n. \quad (3.13)$$

где $\lambda_2, \dots, \lambda_n$ - постоянные.

Тогда энергия настройки и потенциал на одном из электродов, в зависимости от которого измеряется ток частиц на входе анализатора, будут связаны соотношением

$$W = k \cdot U_1. \quad (3.14)$$

где $k=\text{const}$ - коэффициент анализатора.

Аппаратную функцию, при условии (3.13), можно записать в виде

$$A\left(\frac{qU_1}{E}, \dots, \frac{qU_n}{E}\right) = A\left(\frac{qU_1}{E}, \lambda_2, \dots, \lambda_n\right). \quad (3.15)$$

В этом случае, связь тока на выходе анализатора и функции распределения частиц по энергии описывается уравнением

$$I(U_1) = I_0 \cdot \int_0^E A\left(\frac{qU_1}{E}, \lambda_2, \dots, \lambda_n\right) f(E) dE. \quad (3.16)$$

Найдем приближенное решение уравнения (3.16) для дисперсионного анализатора. По теореме о среднем значении (см. [6]) существует такое значение \bar{W} , что

$$I(U_1) = I_0 \cdot f(\bar{W}) \cdot \int_0^{\infty} A\left(\frac{qU_1}{E}, \lambda_2, \dots, \lambda_n\right) dE. \quad (3.17)$$

Сделав замену переменных $z = E/U_1$, для $f(\bar{W})$ получаем

$$f(\bar{W}) = \frac{I(U_1)}{C_{10} \cdot I_0 \cdot U_1}. \quad (3.18)$$

где $C_{10} = \int_0^{\infty} A\left(\frac{q}{z}, \lambda_2, \dots, \lambda_n\right) dz$, если $U_1 > 0$;

$$C_{10} = \int_0^{\infty} A\left(\frac{q}{z}, \lambda_2, \dots, \lambda_n\right) dz, \text{ если } U_1 < 0 - \text{ постоянная.}$$

Полагая, что значения функции $A\left(\frac{qU_1}{E}\right)$ пренебрежимо малы, когда энергия E принимает значения вне узкой окрестности точки kU_1 , и функция распределения анализируемых частиц по энергии слабо меняется на ширине аппаратной функции, можно сделать вывод, что

$$f(\bar{W}) = f(kU_1). \quad (3.19)$$

Откуда для $f(kU_1)$ окончательно получаем

$$f(kU_1) = \frac{I(U_1)}{C_{10} \cdot U_1 \cdot I_0}. \quad (3.20)$$

В полученном выражении энергия настройки анализатора kU_1 определена с точностью порядка ширины аппаратной функции анализатора. Обычно коэффициент анализатора k выбирают из условия максимума выходного сигнала для моноэнергетического пучка:

$$\frac{d}{dU_1} A\left(\frac{U_1}{E}\right) = 0. \quad (3.21)$$

Следовательно,

$$\frac{dA(x)}{dx} \Big|_{x=x_m} = 0.$$

где $x = \frac{U_1}{E}$.

Энергия настройки при этом

$$W = \frac{1}{x_m} \cdot U_1 = k_0 \cdot U_1. \quad (3.22)$$

Однако для функции распределения частиц по энергии, слабо изменяющейся на ширине аппаратной функции анализатора, было бы удобно выбрать коэффициент анализатора таким образом, чтобы функция распределения (3.20) удовлетворяла условию нормировки на единицу:

$$\int_0^{\infty} f(kU_1) \cdot k dU_1 = \int_0^{\infty} \frac{I(U_1) \cdot k}{C_{10} \cdot I_0 \cdot U_1} dU_1 = 1. \quad (3.23)$$

Подставив в уравнение (3.23) выражение (3.16) для $I(U_1)$, получаем

$$\frac{k}{C_{10}} \cdot \int_0^{\infty} f(E) \int_0^{\infty} \frac{A(qU_1/E)}{U_1} dU_1 dE = 1. \quad (3.24)$$

Сделав замену переменных $x = U_1/E$, получаем выражение для коэффициента анализатора

$$k = \frac{C_{10}}{C_{00}}. \quad (3.25)$$

где

$$C_{00} = \int_0^{\infty} \frac{A(qx, \lambda_2, \dots, \lambda_n)}{x} dx = \int_0^{\infty} \frac{A(q/z, \lambda_2, \dots, \lambda_n)}{z} dz, \text{ если } U_1 > 0;$$

$$C_{00} = \int_0^{\infty} \frac{A(q/z, \lambda_2, \dots, \lambda_n)}{z} dz, \text{ если } U_1 < 0 - \text{ постоянная.}$$

Для функции распределения частиц по энергии, для которой условие слабого изменения на ширине аппаратной функции анализатора не выполняется, необходимо найти общее решение уравнения (3.16). Для этого воспользуемся методом, изложенным в работе [4]. Будем искать решение уравнения в виде ряда, предполагая для простоты изложения, что $\tilde{U} > 0, U_1 > 0$:

$$f(k\bar{U}) = \frac{1}{I_0} \cdot \sum_{n=0}^{+\infty} B_n \cdot I^{(n)}(\bar{U}) \cdot \bar{U}^{n-1}. \quad (3.26)$$

где $I^{(n)}(\bar{U})$ - n-я производная от тока на выходе анализатора по \bar{U} .

Подставив (3.26) в (3.16) и сделав замену переменных $z = k\bar{U}/U_1$ ($z = E/U_1$), получаем уравнение

$$I(U_1) = \sum_{n=0}^{+\infty} B_n \cdot \frac{U_1^n}{k^{n-1}} \cdot \int_0^{\infty} I^{(n)}\left(\frac{U_1 \cdot z}{k}\right) \cdot z^{n-1} A\left(\frac{q}{z}\right) dz. \quad (3.27)$$

Разложим $I^{(n)}\left(\frac{U_1 \cdot z}{k}\right)$ в ряд Тейлора

$$I^{(n)}\left(U_1 \cdot \frac{z}{k}\right) = \sum_{m=0}^{+\infty} \frac{I^{(n+m)}(U_1)}{m!} U_1^m \cdot \left(\frac{z}{k} - 1\right)^m \quad (3.28)$$

и подставим в выражение (3.27), тогда

$$I(U_1) = \sum_{n=0}^{+\infty} \sum_{m=0}^{+\infty} \frac{B_n C_{nm}}{m! k^{n+m-1}} \cdot I^{(n+m)}(U_1) \cdot U_1^{n+m}, \quad (3.29)$$

где

$$C_{nm} = \int_0^{\infty} z^{n-1} (z - k)^m A\left(\frac{q}{z}\right) dz. \quad (3.30)$$

Поскольку уравнение (3.29) выполняется для любой функции $I(U_1)$, то для $n=0, m=0$ коэффициент при $I^{(n+m)}(U_1)$ равен единице, а сумма коэффициентов при остальных производных равна нулю. Тогда

$$B_0 = \frac{1}{k \cdot C_{00}}, \quad (3.31)$$

и для коэффициентов B_n справедливо рекуррентное соотношение

$$B_n = -\frac{1}{C_{n0}} \cdot \sum_{i=0}^{n-1} B_i \cdot \frac{C_{i(n-i)}}{(n-i)!}. \quad (3.32)$$

Если коэффициент анализатора выбрать таким образом, чтобы он удовлетворял соотношению (3.25), то

$$B_0 = \frac{1}{C_{10}} \cdot B_1 = 0. \quad (3.33)$$

Следовательно, выбором коэффициента анализатора можно устранить поправку, связанную с первой производной $I'(U_1)$, что позволяет предположить, в отличие от результатов, полученных в работе [3], что влияние первой производной от тока на форму энергетического распределения мало. На рис.1 показаны примеры обработки спектра в первом приближении и с учетом поправки, связанной со второй производной от тока. В качестве пробной истинной функции распределения использовалось нормальное гауссовское распределение. На основании полученных результатов (рис.2) можно сделать вывод, что поправка, связанная со второй производной, дает существенный вклад в функцию распределения для случая, когда истинная функция распределения по ширине порядка ширины аппаратной функции. В этом случае получение с учетом поправки энергетическое распределение значительно ближе к истинному распределению по сравнению с распределениями полученными без учета поправок.

Используя условие нормировки функции $f(E)$, несложно показать, что $I(U_1)$ будет стремиться к нулю при $U_1 \rightarrow 0$ и $U_1 \rightarrow \infty$. Учитывая это получаем, что

$$\int_0^{\infty} I^{(n)}(U_1) \cdot U_1 dU_1 = 0, \quad (3.34)$$

где $n \geq 1$.

Выражение (3.34) дает возможность сравнить по интенсивности два тока с квазимоноэнергетическими функциями распределения частиц по энергии с шириной порядка ширины аппаратной функции, не уточняя при этом форму функции распределения. Следует отметить, что простое сравнение по максимумам токов на выходе анализатора дает неверный результат.

$$\frac{I_{10}}{I_{20}} = \frac{\int_0^{\infty} I_1(U) dU}{\int_0^{\infty} I_2(U) dU} \neq \frac{I_{1max}}{I_{2max}}, \quad (3.35)$$

где I_{10} и I_{20} - токи частиц на входе в анализатор, I_{1max} и I_{2max} - максимальные значения токов частиц $I_1(U)$ и $I_2(U)$ на выходе анализатора.

Кроме того, из выражения (3.34) следует, что если при восстановлении истинной функции распределения мы ограничимся первыми n членами ряда (3.26), то полученная таким образом функция удовлетворяет условию нормировки.

Интересно отметить, что для анализаторов, которые удовлетворяют условию (3.13), дисперсия анализатора не зависит от энергии частиц. Действительно, полагая, что изображение источника частиц смещается по координате ξ_q , для ξ_q с учетом (3.13) имеем

$$\xi_a = \xi_a \left(\eta_1, \xi, \alpha, \beta, \frac{qW}{kE}, \lambda_2, \dots, \lambda_s \right) \quad (3.36)$$

Дисперсия анализатора определяется из выражения [1]

$$D = E \frac{d\xi_a}{dW} \Big|_{W=E}. \quad (3.37)$$

Подставив (3.36) в (3.37), получаем

$$D = E \cdot \frac{d\xi_a \left(\frac{qW}{kE} \right)}{dW} \Big|_{W=E} = \frac{q}{k} \cdot \frac{d\xi_a(x)}{dx} \Big|_{x=\frac{q}{k}} = \text{const}, \quad (3.38)$$

$$\text{где } x = \frac{qW}{kE}.$$

Рассмотрим теперь магнитный анализатор заряженных частиц, работающий в режиме спектрометра. Считая, что магнитное поле в анализаторе создается элементами магнитной оптики, причем поля, создаваемые этими элементами, линейно связаны по величине, для частиц с координатами η, ξ на входной диафрагме анализатора, вылетающей в направлении, задаваемом углами α, β , с импульсом p , из уравнений движения получим координаты частицы "a" - выходной диафрагме анализатора

$$\eta_1 = \eta_1 \left(\eta, \xi, \alpha, \beta, \frac{qH}{p} \right) \quad (3.39)$$

$$\xi_1 = \xi_1 \left(\eta, \xi, \alpha, \beta, \frac{qH}{p} \right)$$

где H - величина напряженности магнитного поля в произвольно выбранной фиксированной точке.

Для функции распределения частиц по величине импульса, углам и сечению на входе в анализатор, у которой распределение по величине импульса на входе в анализатор не зависит от распределения по углам и сечению, количество частиц, проходящих через отверстие во входной диафрагме в единицу времени, связаны соотношением, аналогичным соотношению для электростатических анализаторов,

$$I(H) = I_0 \cdot \int_0^T A \left(\frac{qH}{p} \right) f_2(p) dp, \quad (3.40)$$

где

$$A \left(\frac{qH}{p} \right) = \iint_{S_p S_1} f_1 \left(\eta_1, \xi_1, \eta, \xi, \frac{qH}{p} \right) J(\alpha, \beta, \eta_1, \xi_1) \sin \alpha dS_1 dS_0. \quad (3.41)$$

Значение импульса, соответствующего настройке анализатора, и величина магнитного поля H связаны соотношением

$$p_1 = kH. \quad (3.42)$$

Для функции распределения, значение которой слабо меняется на ширине аппаратной функции, приближенное решение уравнения (3.40) будет иметь вид

$$f_2(kH) \approx \frac{I(H)}{C \cdot I_0 \cdot H}, \quad (3.43)$$

$$\text{где } C = \int_0^T A \left(\frac{q}{z} \right) dz - \text{постоянная, } z = p/H.$$

Дисперсия магнитного анализатора

$$D = p \cdot \frac{d\xi_a}{dp_1} \Big|_{p_1=p} = \frac{q}{k} \cdot \frac{d\xi_a}{dx} \Big|_{x=\frac{q}{k}} = \text{const}, \quad (3.44)$$

где $x = \frac{q \cdot p_1}{k \cdot p}$, не зависит от величины импульса частицы.

4. Влияние шума на аппаратную функцию анализатора

Вид аппаратной функции анализатора заряженных частиц определяется не только геометрией анализатора, но и флуктуациями полей внутри анализатора, т.е. шумами. Если рассматривать флуктуации, характерный период которых много больше времени пролета частицы в анализаторе, то в этом случае можно считать, что флуктуирует энергия (или импульс, для магнитного анализатора) настройки анализатора.

Рассмотрим влияние шума на аппаратную функцию анализатора на примере дисперсионного электростатического анализатора.

Для анализатора, у которого под потенциалом находится только один электрод, предположим, что напряжение \bar{U} на электроде анализатора флуктуирует около среднего значения потенциала U с функцией распределения $\phi(\bar{U}, U)$ удовлетворяющей следующим условиям:

$$\int \phi(\bar{U}, U) d\bar{U} = 1,$$

$$\langle \bar{U} \rangle = \int \bar{U} \cdot \phi(\bar{U}, U) dU = U, \quad (4.1)$$

$$\sigma^2(\bar{U}) = \int (\bar{U} - U)^2 \cdot \phi(\bar{U}, U) dU.$$

Если время измерения тока частиц на выходе анализатора много больше характерного периода флуктуаций, то среднее значение тока на выходе анализатора, используя (3.16), можно представить в виде

$$I(U) = I_0 \cdot \int \phi(\bar{U}, U) \cdot \int f(E) \cdot A\left(\frac{q\bar{U}}{E}\right) dEd\bar{U}, \quad (4.2)$$

или

$$I(U) = I_0 \cdot \int_0^\infty f(E) \cdot B(U, E) dE. \quad (4.3)$$

где

$$B(U, E) = \int \phi(\bar{U}, U) \cdot A\left(\frac{q\bar{U}}{E}\right) d\bar{U} \quad (4.4)$$

аппаратная функция анализатора с учетом шума.

Найдем приближенное решение уравнения (4.3) для функции распределения частиц по энергии слабо изменяющейся на ширине аппаратной функции $B(U, E)$. По теореме о среднем значении существует такое значение энергии \bar{W} , что

$$I(U) = I_0 \cdot f(\bar{W}) \cdot \int_0^\infty B(U, E) dE. \quad (4.5)$$

Сделав замену переменных $z = E/\bar{U}$ и учитывая (4.1), получим, что интеграл в (4.5) равен

$$\begin{aligned} \int_0^\infty B(U, E) dE &= \int_0^\infty \int \bar{U} \cdot \phi(\bar{U}, U) \cdot A\left(\frac{q}{z}\right) dz d\bar{U} - \\ &- \int_0^\infty \int \bar{U} \cdot \phi(\bar{U}, U) \cdot A\left(\frac{q}{z}\right) dz d\bar{U}. \end{aligned} \quad (4.6)$$

Рассмотрим случай, когда $q > 0$. Предполагая, что $A\left(\frac{q}{z}\right) = 0$, если $z \leq 0$, получаем

$$\int_0^\infty B(U, E) dE = \int_0^\infty \bar{U} \cdot \phi(\bar{U}, U) d\bar{U} \cdot \int_0^\infty A\left(\frac{q}{z}\right) dz. \quad (4.7)$$

В области значений потенциала, где $\sigma^2/U^2 \ll 1$, можно нижний предел при интегрировании по \bar{U} в (4.7) заменить на минус бесконечность, тогда интеграл (4.7) равен

$$\int_0^\infty B(U, E) dE \approx C_{10} \cdot U. \quad (4.8)$$

Выразив $f(\bar{W})$ из (4.5) и учитывая (4.8), получаем

$$f(\bar{W}) = \frac{I(U)}{I_0 \cdot C_{10} \cdot U}. \quad (4.9)$$

Полагая, что значения функции $B(U, E)$ пренебрежимо малы, когда энергия E принимает значения вне узкой окрестности точки kU , и функция

распределения $f(E)$ слабо меняется по величине в пределах этой окрестности, получаем

$$f(\bar{W}) \approx f(kU). \quad (4.10)$$

Коэффициент анализатора целесообразно выбрать таким образом, чтобы в области энергий, где влияние шума пренебрежимо мало, коэффициент анализатора определялся из выражения (3.25).

Окончательно получаем

$$f(kU) = \frac{I(U)}{I_0 \cdot C_{10} \cdot U}. \quad (4.11)$$

Из (4.11) следует, что при измерении тока частиц на выходе дисперсионного анализатора за время, много большее, чем характерный период шума, для плавно меняющегося спектра наличие шума не оказывается на сгущении выходного сигнала с распределением частиц по энергии.

Рассмотрим теперь влияние шума на вид аппаратной функции анализатора.

При произвольной функции распределения шума $\phi(\bar{U}, U)$ можно получить приближенное аналитическое выражение для аппаратной функции анализатора $B(U, E)$ в двух предельных случаях: в области энергий, где ширина аппаратной функции определяется в основном шумами; и в области энергий, где влияние шума на аппаратную функцию мало.

В первом случае, применив к интегралу в выражении (4.4) теорему о среднем значении, получаем

$$B(U, E) = C \cdot E \cdot \phi(\bar{U}, U), \quad (4.12)$$

где $C = \int A(qx)dx$ - постоянная, $x = \bar{U}/E$.

Предполагая, что $\phi(\bar{U}, U)$ слабо меняется на ширине аппаратной функции $A\left(\frac{q\bar{U}}{E}\right)$, имеем

$$\phi(\bar{U}, U) \approx \phi\left(\frac{E}{k}, U\right). \quad (4.13)$$

Подставляя это выражение в (4.12), окончательно получаем

$$B(U, E) = C \cdot E \cdot \phi\left(\frac{E}{k}, U\right), \quad (4.14)$$

т.е. вид аппаратной функции определяется в основном функцией распределения по шумам, а значение аппаратной функции в максимуме будет зависеть от энергии частиц.

Например, для функции распределения шума, вида $\phi(\bar{U} - U)$, из выражения (4.14) следует, что пропускание анализатора с уменьшением энергии частиц будет падать. Пропусканием анализатора мы называем коэффициент, равный отношению тока на выходе анализатора к току на входе анализатора для монозергетического пучка.

В втором случае, поскольку распределение шума $\phi(\bar{U}, U)$ значительно уже аппаратной функции $A(q\bar{U}/E)$, применив теорему о среднем и предполагая, что $A\left(\frac{q\bar{U}}{E}\right) = A\left(\frac{qU}{E}\right)$, получаем

$$B(U, E) = A\left(\frac{qU}{E}\right). \quad (4.15)$$

Проследим, как меняется вид аппаратной функции анализатора при наличии шума в зависимости от энергии на примере функции распределения по шумам вида $\phi(\bar{U}, U) = \phi(\bar{U} - U)$. Для этого рассмотрим аппаратную функцию $B(U, E)$ как функцию распределения по U , которую можно охарактеризовать средним значением $\langle U \rangle$ и дисперсией $\langle \Delta U^2 \rangle$:

$$\langle U \rangle = \frac{\int U \cdot B(U, E) dU}{\int B(U, E) dE}, \quad (4.16)$$

$$\langle \Delta U^2 \rangle = \frac{\int (U - \langle U \rangle)^2 B(U, E) dU}{\int B(U, E) dU}. \quad (4.17)$$

Подставив в (4.16) выражение для аппаратной функции (4.4), получаем выражение

$$\langle U \rangle = \frac{\int \int U \cdot \phi(\bar{U} - U) \cdot A\left(\frac{q\bar{U}}{E}\right) d\bar{U} dU}{\int \int \phi(\bar{U} - U) \cdot A\left(\frac{q\bar{U}}{E}\right) d\bar{U} dU}. \quad (4.18)$$

Сделав замену переменных $U = \bar{U} - x$ и вычислив интегралы, получим среднее значение потенциала пропорционально энергии:

$$\langle U \rangle = \frac{C_1}{C} \cdot E, \quad (4.19)$$

где $C = \int A(qx) dx$, $C_1 = \int x \cdot A(qx) dx$ - постоянные, $x = \bar{U}/E$.

Вычислим теперь дисперсию аппаратной функции. В выражение (4.17) подставим (4.19), сделаем замену переменных $U = \bar{U} - x$ и проинтегрируем:

$$\langle \Delta U^2 \rangle = \sigma^2 + b^2 \cdot E^2, \quad (4.20)$$

$$\text{где } b^2 = \frac{C_2 \cdot C - C_1^2}{C^2}, \quad C_2 = \int x^2 \cdot A(qx) dx.$$

На рис.3 качественно показано поведение ширины аппаратной функции и её значение в максимуме в зависимости от энергии E . Полученные выражения (4.14), (4.15), (4.20) позволяют сделать вывод, что в области энергий, когда $E \ll \sigma/b$, ширина аппаратной функции почти не зависит от энергии, а её значение в максимуме линейно растет. В области энергий, где $E \gg \sigma/b$, ширина аппаратной функции линейно растет с увеличением энергии, а значение в максимуме остается постоянным. Величина отношения σ/b , различная для разных анализаторов, может быть определена экспериментально, например, для анализатора, описанного в работе [4], она составляла порядка 300 эВ.

Все рассуждения, сделанные выше, относились к случаю, когда потенциал подавался на один электрод. Рассмотрим теперь случай, когда потенциалы подаются на два электрода.

Выражение для среднего значения тока на выходе анализатора при условии, что время измерения много больше характерного периода флюктуаций, имеет вид

$$I(U_1, U_2) = I_0 \cdot \int \int \phi(\bar{U}_1, \bar{U}_2, U_1, U_2) \int \int A\left(\frac{\bar{U}_1}{E}, \frac{\bar{U}_2}{E}\right) f(E) dE d\bar{U}_1 d\bar{U}_2, \quad (4.21)$$

где $\phi(\bar{U}_1, \bar{U}_2, U_1, U_2)$ - нормированная функция распределения по шумам потенциалов, удовлетворяющая условиям:

$$\begin{aligned} & \int \int \phi(\bar{U}_1, \bar{U}_2, U_1, U_2) d\bar{U}_1 d\bar{U}_2 = 1; \\ & \int \int \bar{U}_1 \cdot \phi(\bar{U}_1, \bar{U}_2, U_1, U_2) d\bar{U}_1 d\bar{U}_2 = U_1; \\ & \int \int \bar{U}_2 \cdot \phi(\bar{U}_1, \bar{U}_2, U_1, U_2) d\bar{U}_1 d\bar{U}_2 = U_2; \\ & \int \int (\bar{U}_1 - U_1)^2 \phi(\bar{U}_1, \bar{U}_2, U_1, U_2) d\bar{U}_1 d\bar{U}_2 = \sigma_1^2; \\ & \int \int (\bar{U}_2 - U_2)^2 \phi(\bar{U}_1, \bar{U}_2, U_1, U_2) d\bar{U}_1 d\bar{U}_2 = \sigma_2^2; \\ & \int \int (\bar{U}_1 - U_1)(\bar{U}_2 - U_2) \phi(\bar{U}_1, \bar{U}_2, U_1, U_2) d\bar{U}_1 d\bar{U}_2 = \text{cov}(\bar{U}_1, \bar{U}_2). \end{aligned} \quad (4.22)$$

Уравнение (4.21) можно записать в виде

$$I(U_1, U_2) = I_0 \cdot \int_0^\infty f(E) \cdot B(U_1, U_2, E) dE, \quad (4.23)$$

где

$$B(U_1, U_2, E) = \int \int \phi(\bar{U}_1, \bar{U}_2, U_1, U_2) \cdot A\left(\frac{\bar{U}_1}{E}, \frac{\bar{U}_2}{E}\right) d\bar{U}_1 d\bar{U}_2 \quad (4.24)$$

-аппаратная функция анализатора с учетом шумов.

Найдем приближенное решение уравнения (4.23) для функции распределения частич по энергии слабо изменяющейся на ширине аппаратной функции анализатора. Применяя, как и ранее, теорему о среднем, имеем

$$f(W) \approx \frac{I(U_1, U_2)}{I_0 \cdot \int_0^\infty B(U_1, U_2, E) dE}, \quad (4.25)$$

где $W = W(U_1, U_2)$ - энергия настройки анализатора.

Предполагая, что в выражении (4.26) для аппаратной функции $B(U_1, U_2, E)$ можно интеграл от функции $A(\tilde{U}_1/E, \tilde{U}_2/E)$ заменить на интеграл от функции $A\left(\frac{W(\tilde{U}_1, \tilde{U}_2)}{E}\right)$ при условии, что $E \gg W(\sigma_1, \sigma_2)$ и значения функции $\phi(\tilde{U}_1, \tilde{U}_2, U_1, U_2)$ в области, где $(\tilde{U}_1 - U_1)^2 \gg \sigma_1^2, (\tilde{U}_2 - U_2)^2 \gg \sigma_2^2$, пренебрежимо малы. Фактически, это условие означает, что в окрестности точки U_1, U_2 , при таком изменении потенциалов \tilde{U}_1, \tilde{U}_2 , при котором энергия настройки анализатора W не меняется, можно пренебречь изменениями в форме аппаратной функции.

Вычислим интеграл в выражении (4.25), предполагая, что функция $A(\tilde{U}_1/E, \tilde{U}_2/E)$ будет функцией отношения энергии настройки анализатора к энергии частиц:

$$\int_0^\infty B(U_1, U_2, E) dE = \int_0^\infty \int \int \phi(\tilde{U}_1, \tilde{U}_2, U_1, U_2) \cdot A\left(\frac{\tilde{U}_1}{E}, \frac{\tilde{U}_2}{E}\right) d\tilde{U}_1 d\tilde{U}_2 dE = \quad (4.26)$$

$$= \int_{E \gg W(\sigma_1, \sigma_2)} \int \int \phi(\tilde{U}_1, \tilde{U}_2, U_1, U_2) \cdot A\left(\frac{W(\tilde{U}_1, \tilde{U}_2)}{E}\right) d\tilde{U}_1 d\tilde{U}_2 dE.$$

Для области значений U_1, U_2 , где $W(U_1, U_2) \gg W(\sigma_1, \sigma_2)$, нижний предел интегрирования по E в выражении (4.26) можно заменить на нуль, т.к. вклад в интеграл при низких значениях энергии будет мал. Тогда выражение (4.26) приобретает вид

$$\begin{aligned} \int_0^\infty B(U_1, U_2, E) dE &= \int_0^\infty \int_{W(\tilde{U}_1, \tilde{U}_2) \gg 0} \phi(\tilde{U}_1, \tilde{U}_2, U_1, U_2) \cdot A\left(\frac{W(\tilde{U}_1, \tilde{U}_2)}{E}\right) d\tilde{U}_1 d\tilde{U}_2 dE + \\ &+ \int_0^\infty \int_{W(\tilde{U}_1, \tilde{U}_2) \gg 0} \phi(\tilde{U}_1, \tilde{U}_2, U_1, U_2) \cdot A\left(\frac{W(\tilde{U}_1, \tilde{U}_2)}{E}\right) d\tilde{U}_1 d\tilde{U}_2 dE. \end{aligned}$$

Предполагая, что при $W \leq 0$ функция $A(W/E) \equiv 0$, и сделав замену переменных $z = \frac{W}{E}$, получаем выражение

$$\int_0^\infty B(U_1, U_2, E) dE = P \cdot \iint_{W(\tilde{U}_1, \tilde{U}_2) \gg 0} W(\tilde{U}_1, \tilde{U}_2) \cdot \phi(\tilde{U}_1, \tilde{U}_2, U_1, U_2) d\tilde{U}_1 d\tilde{U}_2, \quad (4.27)$$

$$\text{где } P = \int_0^\infty A\left(\frac{1}{z}\right) dz \text{ - постоянная.}$$

Для электростатических анализаторов, без учета влияния шумов потенциалов, энергия настройки является линейной функцией потенциалов

$$W = k_1 \cdot \tilde{U}_1 + k_2 \cdot \tilde{U}_2. \quad (4.28)$$

Подставляя (4.28) в выражение (4.27), а получим выражение в (4.25), окончательно получаем

$$f(W) = \frac{I(U_1, U_2)}{I_0 \cdot P \cdot W}. \quad (4.29)$$

где $W = k_1 \cdot U_1 + k_2 \cdot U_2$ - среднее значение энергии настройки анализатора.

Если средние значения потенциалов линейно связаны, то с точностью до нормировочной постоянной полученный результат будет совпадать с результатом, полученным ранее для обработки спектра в отсутствие шумов потенциалов.

5. Электростатический анализатор с тормозящим полем

Рассмотрим электростатический анализатор с тормозящим полем с одним замедляющим электродом.

При отсутствии флуктуаций потенциала интегральное уравнение, описывающее связь между током на выходе анализатора и функцией распределения частиц по энергии имеет тот же вид, что и для дисперсионных анализаторов:

$$I(U) = I_0 \cdot \int_0^\infty f(E) \cdot A\left(\frac{qU}{E}\right) dE, \quad (5.1)$$

но решение в виде ряда (3.26) с коэффициентами вида (3.30) к нему неприменимо, поскольку интегралы, входящие в выражение для коэффициентов B_n , будут расходиться, т.к. в отличие от дисперсионных анализаторов, где аппаратная функция имеет узкий колокообразный вид, аппаратная функция электростатического анализатора с тормозящим полем имеет вид ступенчатой функции, значение которой при энергии $E \leq qU/Y_2$, где $U > 0$, а Y_2 находится из уравнения $A(Y) = 0$, равно нулю. Если $U \leq 0$, то значения аппаратной функции будут отличны от нуля при любых значениях энергии.

Для того чтобы найти решение уравнения (5.1), продифференцируем это уравнение по U :

$$I'(U) = I_0 \cdot \int_0^{+\infty} \frac{q \cdot f(E)}{E} \cdot \frac{dA(Y)}{dY} \Bigg|_{Y=\frac{qU}{E}} dE, \quad (5.2)$$

где $I'(U)$ - первая производная от $I(U)$.

Уравнение (5.2) можно записать в виде

$$I'(U) = I_0 \cdot \int_0^{+\infty} f(E) \cdot \tilde{A}(U, E) dE, \quad (5.3)$$

где $\tilde{A}(U, E) = \frac{q}{E} \cdot \frac{dA(Y)}{dY} \Bigg|_{Y=\frac{qU}{E}}$ - дифференциальная аппаратная функция, имеющая в большинстве случаев вид узкого колокола.

Ширина функции $\tilde{A}(U, E)$ будет линейно расти с увеличением энергии E , а значение в максимуме будет обратно пропорционально энергии E .

Предполагая, что функция $\tilde{A}(U, E)$ будет отлична от нуля только в узкой области от $Y_1 = \frac{qU}{E} > 0$ до $Y_2 = \frac{qU}{E}$, где Y_1 находится из уравнения $\frac{dA(Y)}{dY} = 0$, будем искать решение уравнения (5.2) в виде ряда:

$$f(kU) = \frac{1}{I_0} \cdot \sum_{n=1}^{+\infty} R_n \cdot I^{(n)}(U) \cdot U^{n-1}. \quad (5.4)$$

Подставив (5.4) в (5.2), преобразуем получившееся уравнение к виду

$$I'(U) = \sum_{n=1}^{+\infty} R_n \cdot q \cdot \int_{Y=\frac{qU}{E}}^{\frac{qU}{Y_2}} I^{(n)}(\hat{U}) \cdot \hat{U}^{n-2} \cdot \frac{dA(Y)}{dY} \Bigg|_{Y=\frac{qU}{E}} d\hat{U}. \quad (5.5)$$

Разложим функцию $I^{(n)}(\hat{U})$ в ряд Тейлора:

$$I^{(n)}(\hat{U}) = \sum_{m=0}^{+\infty} \frac{I^{(n+m)}(U)}{m!} \cdot (\hat{U} - U)^m. \quad (5.6)$$

Подставив (5.6) в (5.5) и сделав замену переменных $z = \frac{k\hat{U}}{U}$, получаем

$$I'(U) = \sum_{n=1}^{+\infty} \sum_{m=0}^{+\infty} \frac{q \cdot R_n}{m! \cdot k^{n+m-1}} \cdot I^{(n+m)}(U) \cdot D_{nm} \cdot U^{n+m-1}, \quad (5.7)$$

где

$$D_{nm} = \int_z^{\frac{q}{Y_2}} z^{n-2} (z - k)^m \cdot \frac{dA(Y)}{dY} \Bigg|_{Y=\frac{q}{E}} dz. \quad (5.8)$$

Поскольку уравнение (5.7) выполняется для любой функции $I(U)$, то коэффициенты при производных равны

$$\begin{aligned} R_1 &= \frac{1}{q \cdot D_{10}}; \\ R_n &= -\frac{1}{D_{n0}} \cdot \sum_{i=1}^{n-1} \frac{R_i \cdot D_{i(n-i)}}{(n-i)!}. \end{aligned} \quad (5.9)$$

Приближенное решение уравнения будет иметь вид

$$f(kU) = \frac{I'(U)}{I_0 \cdot D_{10}} + \frac{D_{11}}{D_{10} \cdot D_{20}} \cdot I''(U). \quad (5.10)$$

Определим коэффициент анализатора k из условия нормировки приближенного решения на единицу:

$$I = \int_0^{\infty} f(E) dE = \int_0^{\infty} \frac{I'(U) \cdot k}{I_0 \cdot q \cdot D_{10}} dU . \quad (5.11)$$

Тогда, учитывая, что $I(U)|_{U=0} = I_0$, получим коэффициент анализатора

$$k = q \cdot D_{10} . \quad (5.12)$$

Коэффициент R_2 при второй производной от тока будет в этом случае отличен от нуля, поэтому для узких квазимоноэнергетических распределений с шириной порядка ширины дифференциальной аппаратной функции $\lambda(U, E)$ при восстановлении энергетического распределения необходимо учитывать поправку, связанную со второй производной.

Рассмотрим теперь влияние шума на аппаратную функцию анализатора. Если время измерения многое больше, чем характерный период шумов потенциала, то среднее значение тока частиц на выходе анализатора

$$I(U) = \int_0^{\infty} \phi(\bar{U}, U) \cdot \int_0^{\infty} f(E) \cdot A\left(\frac{q\bar{U}}{E}\right) dE d\bar{U} . \quad (5.13)$$

или

$$I(U) = \int_0^{\infty} f(E) \cdot B(U, E) dE , \quad (5.14)$$

где $B(U, E) = \int_0^{\infty} \phi(\bar{U}, U) \cdot A\left(\frac{q\bar{U}}{E}\right) d\bar{U}$ - аппаратная функция анализатора с учетом шума, имеющая ступенчатый вид. Учитывая, что аппаратная функция $A(Y)$ будет равна нулю при $Y \geq Y_2$, для функции $B(U, E)$ получаем выражение

$$B(U, E) = \int_{Y_1}^{Y_2} \phi(\bar{U}, U) \cdot A\left(\frac{q\bar{U}}{E}\right) d\bar{U} . \quad (5.15)$$

Дифференцируя обе части уравнения (5.14) по U , получаем уравнение

$$I'(U) = \int_0^{\infty} f(E) \cdot \frac{dB(U, E)}{dU} dE . \quad (5.16)$$

Рассмотрим поведение функции $\frac{dB(U, E)}{dU}$ в зависимости от энергии частиц при условии, что функция $dA(Y)/dY$ будет отлична от нуля на узком интервале $Y_1 < Y < Y_2$, где $Y = qU/E$.

В области энергий, где функция $\phi(\bar{U}, U)$ в зависимости от \bar{U} слабо изменяется, когда Y лежит в интервале от Y_1 до Y_2 , функцию $A(Y)$ можно заменить на ступенчатую функцию, тогда

$$\frac{dB(U, E)}{dU} \approx \frac{d}{dU} \left[\int_{Y_1}^{Y_2} \phi(\bar{U}, U) d\bar{U} \right] . \quad (5.17)$$

В области энергий, где функция $A(q\bar{U}/E)$ слабо меняется на интервале значений \bar{U} порядка дисперсии функции распределения по шумам $\phi(\bar{U}, U)$, выражение для производной от аппаратной функции имеет вид

$$\frac{dB(U, E)}{dU} = \frac{q}{E} \cdot \frac{dA(Y)}{dY} \Bigg|_{Y=\frac{qU}{E}} . \quad (5.18)$$

Для функции $dB(U, E)/dU$ можно ввести дисперсию $\langle \Delta U^2 \rangle$ по U , аналогично тому, как это было сделано выше для дисперсионного анализатора. Если функция распределения по шумам имеет вид $\phi(\bar{U}, U) = \phi(\bar{U} - U)$, необходимо показать, что выражение для дисперсии описывается формулой

$$\langle \Delta U^2 \rangle = \int_{Y_1}^{Y_2} (U - \langle U \rangle)^2 \cdot \frac{dB(U, E)}{dU} dU = \sigma^2 + b \cdot E^2 , \quad (5.19)$$

где σ^2 - дисперсия функции $\phi(\bar{U} - U)$.

$$b = \frac{\int_{Y_1}^{Y_2} \frac{dA(Y)}{dY} dY \cdot \int_{Y_1}^{Y_2} Y^2 \frac{dA(Y)}{dY} dY - \left(\int_{Y_1}^{Y_2} Y \frac{dA(Y)}{dY} dY \right)^2}{q^2 \cdot \left(\int_{Y_1}^{Y_2} \frac{dA(Y)}{dY} dY \right)^2} - \text{постоянная.}$$

Из полученных выражений можно сделать вывод, что для функции распределения по шумам вида $\phi(\bar{U} - U)$, в области энергий, где ширина функции $dB(U, E)/dU$ определяется в основном шумами, значение функции в максимуме остается постоянным; в области энергий, где влияние шума мало,

ширина функции будет линейно расти с ростом энергии, а значение в максимуме будет обратно пропорционально энергии.

Покажем, что в первом приближении влияние шума при восстановлении распределения частиц по энергии оказывается на нормировочном коэффициенте при производной от тока. Для этого к уравнению (5.16) применим, как и ранее, теорему о среднем значении:

$$I'(U) = f(\bar{W}) \cdot \int_0^{\infty} \frac{dB(U, E)}{dU} dE. \quad (5.20)$$

Интеграл в уравнении (5.20) равен

$$\int_0^{\infty} \frac{dB(U, E)}{dU} dE = \int_0^{\infty} \frac{d}{dU} \left(\frac{Y_U E}{\pi} \Phi(\bar{U}, U) d\bar{U} + \frac{Y_U E}{\pi} \Phi(\bar{U}, U) \cdot A\left(\frac{q\bar{U}}{E}\right) d\bar{U} \right) dE. \quad (5.21)$$

Предполагая, что энергетическая функция распределения слабо меняется на характерной ширине дифференциальной аппаратной функции, можно считать, что $f(\bar{W}) = f(kU)$. Тогда из выражения (5.20) следует

$$f(kU) = \frac{I'(U)}{I_0 \cdot \int_0^{\infty} \frac{d}{dU} B(U, E) dB}. \quad (5.22)$$

где коэффициент анализатора задается выражением (5.21),

6. Заключение

Кратко резюмируем основные результаты работы. В работе показано, что:

1) для всех электростатических анализаторов, работающих в режиме спектрометра, функция распределения заряженных частиц по энергии на входе в анализатор и количество частиц, прошедших через отверстие в выходном электроде в единицу времени, связаны соотношением (3.7):

$$I(U_1, \dots, U_n) = I_0 \cdot \int_0^{\infty} A\left(\frac{qU_1}{E}, \dots, \frac{qU_n}{E}\right) f(E) dE;$$

2) следует отметить, что полученные выше выражения (3.7), (3.16) для описания связи между током на выходе анализатора и функцией распределения частиц по энергии применимы как для электростатических анализаторов с тормозящим полем, так и для дисперсионных анализаторов. Причем эти выражения остаются справедливыми и при учете электростатических полей рассеяния, обусловленных реальной геометрией электродов;

3) подробный анализ показывает, что ранее предложенное [1] уравнение свертки (1.1) для описания связи между током частиц на выходе анализатора и функцией распределения частиц по энергии исправимо для анализатора, работающего в режиме спектрометра;

4) при условии линейной связи потенциалов на электродах анализатора, ток частиц на выходе анализатора и функция распределения частиц по энергии связаны уравнением (1.2), в котором аппаратная функция является функцией отношения энергии настройки к энергии частиц E :

$$I(W) = I_0 \cdot \int_0^{\infty} A\left(\frac{W}{E}\right) f(E) dE.$$

Для магнитного анализатора, работающего в режиме спектрометра, функция распределения частиц по величине импульса и ток частиц на выходе анализатора связаны аналогичным уравнением, при условии, что поля, создаваемые элементами магнитной оптики, линейно связаны:

$$I(H) = I_0 \cdot \int_0^{\infty} A\left(\frac{qH}{p}\right) f(p) dp;$$

5) получение для произвольной непрерывной функции распределения частиц по энергии уравнение (3.26) в виде интегрального ряда по производным от тока на выходе анализатора и рекуррентные соотношения (3.31)-(3.32) для коэффициентов

ряда позволяют восстанавливать энергетические спектры с шириной порядка ширины аппаратной функции;

6) в работе показано, для функции распределения частиц по энергии слабо меняющейся на ширине аппаратной функции, коэффициент анализатора может быть выбран таким образом, что приближенное решение интегрального уравнения будет удовлетворять условию нормировки и поправка к функции распределения, связанная с первой производной, окажется равной нулю и не влияет на форму энергетического распределения, что расходится с результатами полученными в работе [3];

7) для случая линейной связи потенциалов на электродах дисперсия электростатического анализатора не зависит от энергии частиц для всех электростатических анализаторов, работающих в режиме спектрометра.

Аналогично, для магнитного анализатора, работающего в режиме спектрометра, в случае линейной связи полей, создаваемых элементами магнитной оптики, дисперсия не зависит от величины импульса частицы;

8) так как функция распределения пучка по координатам сечения пучка входной диафрагмой и углам входит в выражения для аппаратной функции (3.8) и (3.41), то при калибровке анализаторов необходимо, чтобы используемый моноэнергетический пучок частиц имел функцию распределения по сечению и углам, близкую к тем спектрам, для измерения которых анализатор предназначен. Например, если анализатор предназначен для исследования отраженных от поверхности или эмиттируемых частиц и при этом "видимая" анализатором площадь поверхности меньше, чем площадь эмиссии, а функция распределения частиц по углам в пределах угловой апертуры анализатора меняется слабо, то для калибровки анализатора лучше всего применять широкий моноэнергетический пучок частиц с квазизотропным в пределах угловой апертуры анализатора распределением по углам;

9) для улучшения разрешающей способности дисперсионного анализатора часто используется предварительное торможение частиц. Как правило, анализаторы с предварительным торможением работают в двух режимах [1]:

в первом режиме постоянным остается тормозящий потенциал, а развертка спектра осуществляется изменением потенциала на отклоняющих электродах. Недостатком этого режима является то, что он неудобен при обработке результатов измерений широких спектров;

Во втором режиме постоянной остается разность потенциалов на отклоняющих электродах, а развертка осуществляется изменением тормозящего потенциала. Недостаток этого режима в том, что после системы торможения меняется функция распределения частиц по углам, что затрудняет последующую обработку спектров.

Перечисленные выше недостатки можно избежать, если использовать анализатор в режиме, когда тормозящий потенциал и потенциалы на отклоняющих электродах линейно связаны (2.13). Использование тормозящего потенциала позволяет улучшить разрешающую способность анализатора, с другой стороны, ток частиц на выходе анализатора и функция распределения по энергии связаны уравнением (2.16) и, таким образом, в первом приближении обработка спектра сводится к делению сигнала на энергию;

10) при восстановлении истинной функции распределения частиц по энергии при линейной связи средних значений потенциалов влияние шума в первом приближении скажется лишь на нормировочной постоянной, а процедура обработки спектра для дисперсионных анализаторов, работающих в режиме спектрометра, сводится к делению сигнала на выходе анализатора на энергию настройки.

Список литературы

- [1]. Афанасьев В.П., Явор С.Я. Электростатические анализаторы для пучков заряженных частиц. М.: Наука, 1978.
- [2]. Зинган К. // В кн.: Бета и гамма-спектрометрия/Пер. с англ. М.: Физматиз, 1959, с.63-106.
- [3]. Жабрев Г.И., Жданов С.К./ Письма в ЖТФ, 1979, т.49, с.2450-2454.
- [4]. Коборов И.Н., Курнаев В.А., Урусов В.А./ Сб. Взаимодействие ионов и газов с поверхностью твердого тела , 1986, с.22-31.
- [5]. Сысоев А.А., Чулахин М.С. Введение в масс-спектрометрию. М.: Атомиздат, 1977.
- [6]. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. М.: Наука, 1977.

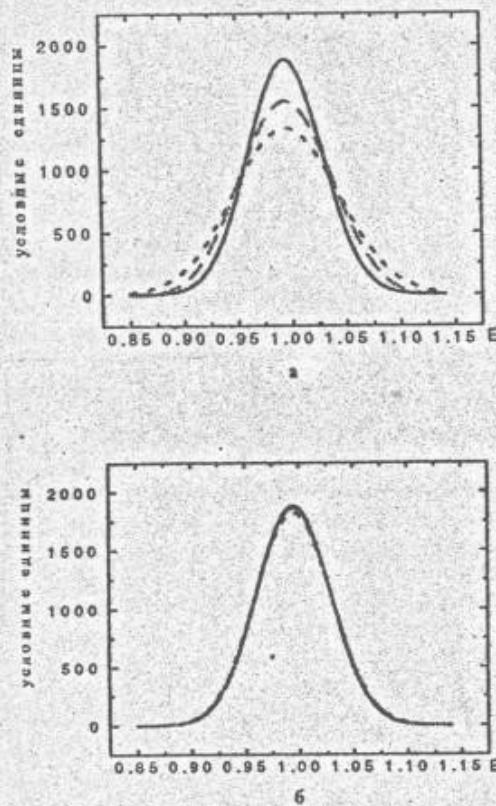


Рис.1

Рис.1. Результаты обработки энергетических спектров для квазимонодиэнергетических распределений: а - ширина истинного энергетического распределения, на половине высоты равная ширине аппаратной функции на половине высоты; б - ширина истинного энергетического распределения на половине высоты, в четыре раза большая ширины аппаратной функции на половине высоты (короткая пунктирная линия - спектр, восстановленный делением на энергию, длинная пунктирная линия - спектр, восстановленный с учетом поправки, связанной со второй производной; сплошная линия - истинное энергетическое распределение)

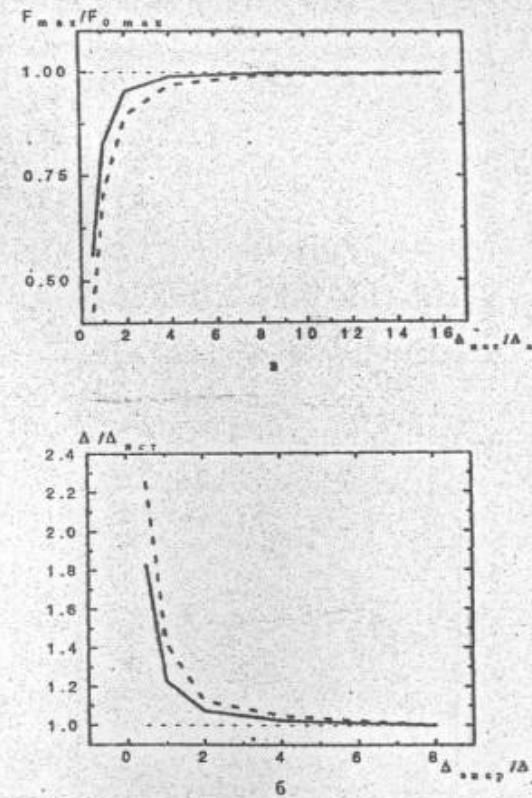


Рис.2

Рис.2. Поведение высоты восстановленного спектра по отношению к высоте истинного распределения (а) и ширины восстановленного спектра на половине высоты по отношению к ширине истинного распределения на половине высоты (б) в зависимости от отношения ширины истинного энергетического распределения к ширине аппаратной функции на половине высоты (сплошная линия - с учетом поправки, связанной со второй производной; пунктирная линия - для спектров, полученных простым делением на энергию)

Содержание

1. Введение	3
2. Уравнения траекторий	4
3. Аппаратная функция анализатора и обработка результатов измерений	5
4. Влияние шума на аппаратную функцию анализатора	16
5. Электростатический анализатор с тормозящим полем	23
6. Заключение	29
Список литературы	31

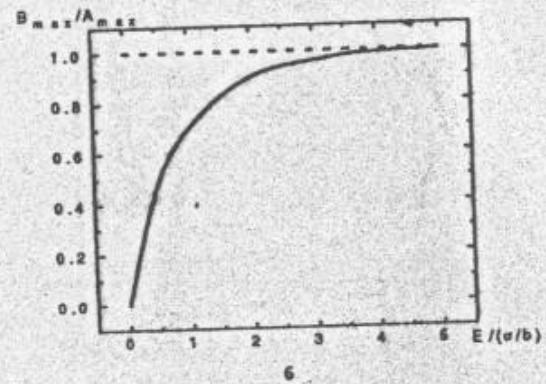
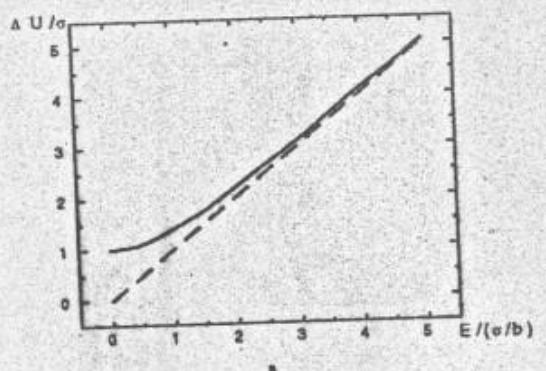


Рис.3

Рис.3. Поведение дисперсии аппаратной функции (а) и высоты аппаратной функции (б) дисперсионного электростатического анализатора в зависимости от отношения энергия частиц к величине дисперсии флуктуаций потенциалов на электродах анализатора

Валерий Александрович Курнаев
Виктор Александрович Урусов

Аппаратные функции электростатических и магнитных анализаторов и
обработка экспериментальных результатов

Рукопись поступила в издательский отдел 27.06.95 г.
Ответственный за выпуск В.А.Курнаев

Редактор Е.Г.Станкевич

ЛР 020676 от 09.12.92 г.

Подписано в печать 14.07.95 г.

Печл.3,25 Уч.-издл. 3,25
Изд. № 018-95

Формат 60x84 1/16
Тираж 100 экз.
Заказ 778

Московский государственный инженерно-физический институт
(технический университет). Типография МИФИ.
115409, Москва, Каширское шоссе, 31