

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ И АНАЛИЗ ПОЛЕВЫХ УРАВНЕНИЙ ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМА

В.В. Сидоренков

МГТУ им. Н.Э. Баумана

Корпускулярно-полевой дуализм электромагнитных характеристик материи – это конкретная иллюстрация аксиомы философии: *«пространство и время есть формы существования материи»*.

Известно [1], что в теории электричества базовой физической характеристикой материального тела является его электрический заряд q , представление о котором на микроуровне имеет принципиальное дополнение: элементарная частица характеризуется не только зарядом, кратным заряду электрона $|e^-|$, но и спином s , трактуемым как собственный момент импульса частицы, величина которого квантована значением $\hbar/2$ ($\hbar = h/2\pi$ - модифицированная постоянная Планка). Таким образом, локальными (корпускулярными) электромагнитными характеристиками микрочастицы являются *электрический заряд*, определяющий ее электрические свойства и *собственный момент*, ответственный за ее магнитные свойства, поскольку истинный магнетизм имеет спиновую природу.

С другой стороны, обратим внимание на основополагающую аксиому философии: *«пространство и время есть формы существования материи»*, означающую невозможность в принципе существования материи вне пространства и времени, соответственно, реализации пространства и времени без материи. Иными словами, характеристики материи и пространства-времени едины и взаимно обусловлены. По нашему мнению, аксиома концептуально обосновывает реальность корпускулярно-полевого дуализма материи, который, казалось бы, отличен только лишь по названию от «корпускулярно-волнового дуализма» частиц микромира в квантовой механике. Формально и здесь и там имеем неразрывную взаимосвязь материи с ее пространственно-временным собственным полем. Однако существенные различия принципиальны: представления корпускулярно-полевого дуализма основаны на объективном единстве частицы материи и ее поля в реальном пространстве физического вакуума, а в концепции корпускулярно-волнового дуализма материальная частица представляется волной вероятности в абсолютно пустом, абстрактном пространстве.

На базе этой логики приходим к выводу, что и электромагнитные характеристики микрообъектов должны обладать «корпускулярно-полевым дуализмом», благодаря которому указанным выше локальным параметрам частицы соответствует некий полевой аналог в виде ее собственного первичного поля. Такой вывод вовсе не так тривиален, как может показаться на первый взгляд, ведь он относится не к известному *электромагнитному полю* силового взаимодействия зарядов друг с другом на расстоянии, а к иному, далеко не очевидному, *первичному полю* микрочастицы. Более конкретно пока можно лишь сказать, что если такое поле действительно реально, то оно обязательно должно быть функционально связано с обычным векторным электромагнитным полем. По этой причине полагаем первичное поле также векторным, где электрическая вектор-компонента A^e порождена зарядом микрочастицы q , а магнитная компонента A^m - удельным (на единицу заряда) моментом $n(h/2e)$, кратным (n - натуральное число) кванту магнитного потока [1]. А поскольку экспериментально электрический заряд и спин выявляются опосредовано измерением характеристик электромагнитного поля, то физически логично считать, что и компоненты первичного поля предполагаемых корпускулярно-полевых пар будут также определяться посредством того же электромагнитного поля.

Как видим, наша основная задача - разобраться далее, что должно представлять собой такое поле, каким образом можно аналитически описать его физические свойства и в итоге аксиоматически построить уравнения функциональной взаимосвязи компонент этого гипотетического поля A^e и A^m с реально наблюдаемыми в настоящее время компонентами электромагнитного поля в виде электрической E и магнитной H напряженностей.

Можно попытаться уже сейчас поставить вопрос, каким должно быть обсуждаемое первичное поле. Например, известен физически интересный факт, что в волновое уравнение квантовой механики (уравнение Шрёдингера) входит поле векторного магнитного потенциала, которое в принципе не может быть заменено полем вектора магнитной индукции. Вполне возможно, что именно электрическая и магнитная компоненты поля векторного потенциала и есть первичные полевые характеристики микрочастицы, полевой эквивалент ее локальных параметров. Однако на сегодня физические свойства электромагнитного векторного потенциала изучены сравнительно слабо, да и вообще пока не ясно, соответствует ли данное предположение действительности. Все это и многое другое мы должны выяснить в процессе проводимых исследований.

Итак, продолжим наши рассуждения. Поскольку компоненты обсуждаемого гипотетического первичного поля есть векторные функции пространственно-временных переменных, то описывающие их поведение дифференциальные уравнения наиболее просто можно получить действием на $A^e(\mathbf{r}, t)$ и $A^m(\mathbf{r}, t)$ пространственной производной первого порядка (оператор «набла») ∇ со свойствами вектора и скалярной частной временной производной $\partial/\partial t$. При этом естественно возникает принципиальный вопрос о допустимости именно таких математических действий с точки зрения физического содержания получаемых результатов, их адекватности рассматриваемой проблеме.

В сложившейся ситуации воспользуемся чрезвычайно важным замечанием классика электродинамики Дж.К. Максвелла, который настоятельно призывал [2] ответственно относиться к математическим операциям над векторами электромагнитного поля и их физической трактовке. Вот его слова ([2] п. 12): *“В науке об электричестве электродвижущая и магнитная напряженности принадлежат к величинам первого класса – они определены относительно линии. ... Напротив, электрическая и магнитная индукция, а также электрические токи принадлежат к величинам второго класса – они определены относительно площади”*. Как видим, тут конкретно говорится о принципиальных различиях электромагнитных векторов: напряженностей \mathbf{E} и \mathbf{H} – линейных (циркуляционных) векторов, соответственно, электрической $\mathbf{D} = \varepsilon\varepsilon_0\mathbf{E}$ и магнитной $\mathbf{B} = \mu\mu_0\mathbf{H}$ индукций, плотности электрического тока $\mathbf{j} = \sigma\mathbf{E}$ – потоковых векторов. Здесь материальные параметры среды: $\varepsilon\varepsilon_0$ – электрическая и $\mu\mu_0$ – магнитная абсолютные проницаемости, σ – удельная электропроводность.

В развитие сказанного далее Максвелл обсуждает корректные математические действия над функциями полей указанных векторов с точки зрения физики ([2] п. 14): *“В случае напряженности следует брать интеграл вдоль линии от произведения элемента длины этой линии на составляющую напряженности вдоль этого элемента. ... В случае потоков следует брать интеграл по поверхности от потока через каждый ее элемент”*. Тогда в рамках таких условий при переходе к дифференциальной форме записи этих математических действий операция «ротора» (см. теорему Стокса) допустима только для полевых функций линейных векторов: $[\nabla, \mathbf{E}] \equiv \text{rot } \mathbf{E}$ и $[\nabla, \mathbf{H}] \equiv \text{rot } \mathbf{H}$, а взятие «дивергенции» (см. теорему Гаусса-Остроградского) возможно лишь от функций поля потоковых векторов: $(\nabla, \mathbf{D}) \equiv \text{div } \mathbf{D}$, $(\nabla, \mathbf{B}) \equiv \text{div } \mathbf{B}$ и $(\nabla, \mathbf{j}) \equiv \text{div } \mathbf{j}$.

К сожалению, призывы Максвелла к учету физико-математических различий функций векторов электромагнитного поля обычно игнорируются, когда не только в научной периодике, но даже в учебной литературе формально пишут физически бессмысленные выражения $\operatorname{div} \mathbf{E}$ и $\operatorname{rot} \mathbf{B}$, создавая путаницу понятий в умах читателей, превращая тем самым в абсурд процесс познания, а обучение - в бестолковое занятие. Как показывает практика научной работы и преподавание все это следствие завидной живучести в головах самих «просветителей» инородной электродинамике *гауссовой системы единиц* с ее безразмерными коэффициентами $\varepsilon_0 = 1$ и $\mu_0 = 1$, где векторы \mathbf{E} и \mathbf{D} , \mathbf{H} и \mathbf{B} – тождественны. В итоге в соотношениях электромагнетизма выхолащивается физическое содержание и остается голый формализм математики. Возможно, этот математический нигилизм и есть одна из причин концептуального застоя в классической электродинамике, которая после Максвелла как наука уже не развивалась, несмотря на серьезную методическую модернизацию исходных максвелловских уравнений и грандиозные успехи внедрения достижений электромагнетизма во многих областях жизни человеческого общества.

Странно, но сложившееся положение дел считается вполне нормальным. Более того, повсеместно с помпой утверждается, что «данная область знания наиболее полно разработана во всех ее аспектах, и настоящий ее уровень является вершиной человеческого гения». Однако будем думать, что эти громкие заявления не относятся собственно к самой электромагнитной теории, а касаются только ее математического уровня описания. Но ведь *математика - всего лишь язык физики*. Правда, весьма полезная глобальная математизация современных методов научных исследований действительно порождает иллюзию, что именно уровень развития математических дисциплин определяет сегодня прогресс наших знаний о Природе. Надо обладать немалым мужеством и весомой аргументацией, чтобы в стремлении конструктивно изменить такую, казалось бы, тупиковую ситуацию во всеуслышание утверждать, что физические представления полевой теории электромагнетизма – это концептуально недостаточно исследованная область естествознания.

Итак, рассмотрим действие оператора «набла» и частной временной производной на векторные функции обсуждаемого здесь гипотетического поля. Так как для потоковых векторов, следуя здравой логике Максвелла, операция «ротора» недопустима, то функции $\mathbf{A}^e(\mathbf{r}, t)$ и $\mathbf{A}^m(\mathbf{r}, t)$ считаем полями *линейных* векторов. В этом случае мы получим два (из трех возможных) варианта за-

писи действия указанных операторов: $\text{rot } A^e$ и $\text{rot } A^m$, $\partial A^e / \partial t$ и $\partial A^m / \partial t$. А преобразование линейных векторов A^e и A^m в потоковые $\mu\mu_0 A^e$ и $\varepsilon\varepsilon_0 A^m$, аналогичные потоковым векторам $D = \varepsilon\varepsilon_0 E$ и $B = \mu\mu_0 H$, описывающим отклик пространства среды на воздействие этих полей, позволяет записать другой, скалярный результат действия оператора «набла»: $\text{div} (\mu\mu_0 A^e)$ и $\text{div} (\varepsilon\varepsilon_0 A^m)$.

Эти выражения используем далее для физико-математического построения соотношений функциональной связи компонент гипотетического первичного поля A^e и A^m с компонентами электромагнитного поля в виде электрической E и магнитной H напряженностей. Поскольку взятие ротора функции поля линейного вектора дает функцию потокового вектора, то, дабы удовлетворить априорным требованиям взаимосвязи указанных полей, физически логично считать, что циркуляция векторов A^e и A^m первичного поля обусловлена явлением электрической $D = \varepsilon\varepsilon_0 E$ и магнитной $B = \mu\mu_0 H$ поляризации среды:

$$(a) \text{ rot } A^e = \varepsilon\varepsilon_0 E, \quad (b) \text{ rot } A^m = \mu\mu_0 H. \quad (1)$$

Здесь предполагается, что компонента A^e поля микрочастицы есть полевой эквивалент ее электрического заряда, создающего электрическое поле, а компонента A^m порождается спином частицы, ответственным за магнитное поле.

В соотношениях (1) ротор функций не равен нулю, что говорит о том, что компоненты первичного поля A^e и A^m являются *вихревыми*. По этой причине дивергентные уравнения для указанных полевых компонент запишем в виде соотношений кулоновской калибровки, определяющих математически чисто вихревой характер таких полей:

$$(a) \text{ div} (\mu\mu_0 A^e) = 0, \quad (b) \text{ div} (\varepsilon\varepsilon_0 A^m) = 0. \quad (2)$$

Поскольку действие скалярного оператора частной временной производной $\partial / \partial t$ на векторную функцию не меняет ее геометрические свойства, то получаемые при этом новые векторы $\partial A^e / \partial t$ и $\partial A^m / \partial t$ останутся линейными (циркуляционными) векторами. А потому функциональная связь полей $\partial A^e / \partial t$ или $\partial A^m / \partial t$ возможна только с компонентами электромагнитного поля линейных векторов E и H напряженностей, причем для однозначного выбора пар этих компонент надо учесть, что о равенстве векторов можно говорить только при их коллинеарности. В качестве существенного уточнения заметим, что, согласно соотношениям (1), векторы в парах A^e и E , соответственно, A^m и H взаимно ортогональны. Таким образом, с необходимостью приходим к соотно-

шениям $\mathbf{E} = -\partial\mathbf{A}^m / \partial t$ и $\mathbf{H} = \partial\mathbf{A}^e / \partial t$, которые, однако, нельзя считать окончательными. Ведь в наших рассуждениях никак не отражена принципиально важная характеристика материальной среды – ее электрическая проводимость σ , которой в той или иной мере обладают все реальные среды. А это должно определенно повлиять на окончательный вид данных выражений.

Как известно [1], процесс электропроводности описывается законом Ома $\mathbf{j} = \sigma\mathbf{E}$, где электрическое поле в проводнике с током потенциально: $\text{rot } \mathbf{E} = 0$, то есть не может быть вихревым. Следовательно, полученное ранее соотношение $\mathbf{E} = -\partial\mathbf{A}^m / \partial t$ является окончательным. Однако вихревое магнитное поле электрического тока существует. Это следует из $\text{div } \mathbf{j} + \partial\rho / \partial t = 0$ - закона сохранения заряда, когда подстановки в него выражений закона Ома $\mathbf{j} = \sigma\mathbf{E}$, теоремы Гаусса $\text{div}(\varepsilon\varepsilon_0\mathbf{E}) = \rho$ и соотношения (1а) дают $\text{rot } \mathbf{H} = \text{rot}(\mathbf{A}^e / \tau_{\text{рел}} + \partial\mathbf{A}^e / \partial t)$, где ρ - объемная плотность стороннего заряда, а $\tau_{\text{рел}} = \varepsilon\varepsilon_0 / \sigma$ - постоянная времени релаксации заряда в среде за счет ее электропроводности. В итоге искомые соотношения для вихревых \mathbf{E} и \mathbf{H} полей запишутся окончательно:

$$(a) \quad \mathbf{E} = -\partial\mathbf{A}^m / \partial t, \quad (b) \quad \mathbf{H} = \mathbf{A}^e / \tau_{\text{рел}} + \partial\mathbf{A}^e / \partial t. \quad (3)$$

Таким образом, собирая полученные в наших физико-математических рассуждениях соотношения (1) - (3) вместе, приходим к системе дифференциальных уравнений функциональной связи компонент гипотетического поля \mathbf{A}^e и \mathbf{A}^m с реально наблюдаемыми в настоящее время компонентами электромагнитного поля в виде электрической \mathbf{E} и магнитной \mathbf{H} напряженностей:

$$(a) \quad \text{rot } \mathbf{A}^e = \varepsilon\varepsilon_0\mathbf{E}, \quad (b) \quad \text{div}(\mu\mu_0\mathbf{A}^e) = 0, \quad (c) \quad \mathbf{H} = \frac{\mathbf{A}^e}{\tau_{\text{рел}}} + \frac{\partial\mathbf{A}^e}{\partial t},$$

$$(d) \quad \text{rot } \mathbf{A}^m = \mu\mu_0\mathbf{H}, \quad (e) \quad \text{div}(\varepsilon\varepsilon_0\mathbf{A}^m) = 0, \quad (g) \quad \mathbf{E} = -\frac{\partial\mathbf{A}^m}{\partial t}. \quad (4)$$

Как видим, данная система уравнений (4) описывает свойства весьма необычного с точки зрения традиционных представлений вихревого векторного электродинамического поля, состоящего из четырех неразрывно связанных векторных полевых компонент \mathbf{A}^e , \mathbf{A}^m , \mathbf{E} и \mathbf{H} , которое условно можно назвать реальное электромагнитное поле.

Убедимся теперь, что свойства функций компонент полей в нашей системе уравнений действительно отвечают концепции корпускулярно-полевого дуализма электромагнитных характеристик материи, благодаря которому конкретному локальному параметру частицы соответствует свой полевой аналог в

виде собственного первичного поля. Вначале рассмотрим электрическую компоненту A^e первичного поля, причем для большей наглядности и математической общности представим соотношение (4а) в интегральной форме:

$$\oint_C A^e dl = \int_{S_C} \varepsilon \varepsilon_0 E dS = \Phi^e = \int_{S_C} \sigma' dS = q' . \quad (5)$$

Эти интегральные соотношения устанавливают физически содержательное положение о том, что величина циркуляции вектора A^e по произвольному замкнутому контуру C определяется электрическим потоком Φ^e через поверхность S_C , опирающуюся на этот контур, то есть *поляризационным электрическим зарядом* q' , индуцированным на указанной поверхности. Отсюда, в частности, следует определение поля вектора электрического смещения D , по величине равного поверхностной плотности поляризационного заряда σ' на пробной площадке, ориентация которой в данной точке создает на ней максимальное значение этого заряда, а нормаль к площадке указывает направление коллинеарное вектору D . Определение $D = \varepsilon \varepsilon_0 E$ как потокового вектора показывает его принципиальное отличие от линейного (циркуляционного) вектора напряженности E , являющегося силовой характеристикой электрического поля.

Таким образом, согласно соотношению (5), *электрическому заряду* q' отвечает его полевой эквивалент - *электрическая* векторная компонента A^e *первичного поля*, размерность которого *линейная плотность электрического заряда*. Итак, имеем реализацию *первой* фундаментальной корпускулярно-полевой пары $q' \Leftrightarrow A^e$ с единицами измерения в системе СИ *Кулон* \Leftrightarrow *Кулон / метр*.

Корпускулярно-полевые представления подтверждаются связью напряженности магнитного поля H и электрической компоненты A^e первичного поля посредством соотношения (4с), имеющего в системе СИ единицу измерения *Ампер / метр*, а ведь это, как и должно быть, полевой эквивалент полного электрического тока $J = J_{np} + J_{см}$ (токов проводимости и смещения), величина (сила тока) которого имеет единицу измерения Ампер. Как видим, соотношение (4с) для вихревых полей H и A^e представляет собой полевую составляющую корпускулярно-полевой пары *Ампер* \Leftrightarrow *Ампер / метр*, являющуюся очевидным прямым физическим следствием *первой* фундаментальной пары.

Перейдем теперь к магнитной компоненте A^m первичного поля и проанализируем соотношения связи поля вектора A^m с полями векторов магнит-

ной индукции $\mathbf{B} = \mu\mu_0\mathbf{H}$ (4d) и электрической напряженности \mathbf{E} (4g). Рассмотрим вначале соотношение (4d), которое представим в интегральной форме:

$$\oint_C \mathbf{A}^m d\mathbf{l} = \int_{S_C} \mu\mu_0 \mathbf{H} d\mathbf{S} = \Phi^m . \quad (6)$$

Видно, что величина циркуляции вектора \mathbf{A}^m по контуру C определяется магнитным потоком Φ^m через поверхность S_C , опирающуюся на этот контур, и имеет единицу измерения в СИ Вебер = (Джоуль·секунда)/Кулон, что соответствует модулю момента импульса на единицу заряда. При этом размерность магнитной компоненты \mathbf{A}^m первичного поля может быть двоякой: либо импульс на единицу заряда, либо ей альтернативная линейная плотность момента импульса на единицу заряда. Конечно, формально обе размерности вектора \mathbf{A}^m , выраженные через единицы измерения, математически тождественны: (Ньютон·секунда)/Кулон = (Джоуль·секунда)/(Кулон·метр), но такое равенство абсурдно физически, так как это принципиально различные величины.

Для нас здесь существенно то, что, согласно Максвеллу [2], в электромагнетизме линейные (циркуляционные) векторы \mathbf{E} и \mathbf{H} имеют размерность линейной плотности физической величины, а потоковые векторы \mathbf{D} , \mathbf{B} и \mathbf{j} – ее поверхностной плотности. В частности, размерность вектора магнитной индукции \mathbf{B} равна поверхностной плотности момента импульса на единицу заряда в системе СИ Тесла = (Джоуль·секунда)/(Кулон·(метр·метр)). Экспериментально это ярко и убедительно иллюстрируется эффектом Эйнштейна-де Хааза [1], где в материальной среде при ее однородном намагничивании возникает механический момент вращения, направленный вдоль подмагничивающего поля, обусловленный упорядочением под действием поля собственных магнитных моментов, соответственно, моментов количества движения электронов в атомах вещества среды. Следовательно, поле вектора \mathbf{B} определяется полем момента импульса материальной среды, выявляющимся при ее намагничивании.

Поэтому, согласно соотношению (6), размерностью вихревого поля вектора \mathbf{A}^m следует считать линейную плотность момента импульса на единицу заряда. Итак, локальной характеристике микрочастицы - моменту импульса на единицу заряда - сопоставляется его полевой эквивалент - магнитная компонента \mathbf{A}^m первичного поля, что дает вторую фундаментальную корпускулярно-полевою пару, которую, например, конкретно для электрона можно будет записать как $h/2e \Leftrightarrow \mathbf{A}^m$ с физическими единицами измерения в системе СИ (Джоуль·секунда)/Кулон \Leftrightarrow (Джоуль·секунда)/(Кулон·метр).

Далее обратимся к соотношению (4g) связи векторов A^m и E , где вектор E определен производной по времени от момента импульса $\partial A^m / \partial t$. Тогда размерность вихревого поля электрической напряженности E однозначно равна *линейной плотности момента силы на единицу заряда*, что никоим образом не опровергает традиционные единицы измерения этого вектора *Вольт/метр* либо *Ньютон/Кулон*, а лишь уточняет его физический смысл. Таким образом, соотношение (4g) представляет собой полевой аналог *основного уравнения динамики вращательного движения твердого тела* в механике, что согласуется с представлениями корпускулярно-полевого дуализма характеристик материи.

Логика требует, что если электродинамические уравнения (4), согласно реализованному здесь плану их построения, являются основополагающими в электромагнитной теории, то обязательным тривиальным следствием из них должна быть система традиционных уравнений Максвелла классической электродинамики для полей E и H напряженностей. И действительно, векторное действие оператора «набла» на соотношения (4с) и (4g) с подстановкой в этот результат соотношений (4а) и (4d), и, соответственно, скалярное действие оператора «набла» на (4а) и (4d) дают нам классические уравнения *электромагнитного поля* для случая сред с локальной электронейтральностью ($\rho = 0$):

$$\begin{aligned}
 \text{(a) } \operatorname{rot} E &= -\mu\mu_0 \frac{\partial H}{\partial t}, & \text{(b) } \operatorname{div} (\varepsilon\varepsilon_0 E) &= 0, \\
 \text{(c) } \operatorname{rot} H &= \varepsilon\varepsilon_0 \left(\frac{E}{\tau_{\text{рел}}} + \frac{\partial E}{\partial t} \right), & \text{(d) } \operatorname{div} (\mu\mu_0 H) &= 0.
 \end{aligned} \tag{7}$$

В структуре этих уравнений заложена отражающая обобщение опытных данных основная аксиома классической электродинамики – неразрывное единство переменных во времени электрической и магнитной компонент электромагнитного поля, закон сохранения электромагнитной энергии которых аналитически сформулирован в так называемой теореме Пойнтинга:

$$H \operatorname{rot} E - E \operatorname{rot} H = \operatorname{div} [E, H] = -\sigma(E, E) - \varepsilon\varepsilon_0 E \frac{\partial E}{\partial t} - \mu\mu_0 H \frac{\partial H}{\partial t}. \tag{8}$$

Согласно (8), поступающий извне поток ЭМ энергии, определяемый вектором Пойнтинга $[E, H]$, идет на компенсацию в данной точке среды джоулевых (тепловых) потерь в процессе электропроводности и на изменение электрической и магнитной энергий, либо наоборот, указанные процессы вызывают излучение наружу потока ЭМ энергии. При этом реализующий энергетический процесс вектор Пойнтинга плотности потока ЭМ энергии $[E, H]$, связанный

с вектором объемной плотности ЭМ импульса $\mathbf{g} = [\mathbf{D}, \mathbf{B}] = [\mathbf{E}, \mathbf{H}]/v^2$, отличен от нуля только там, где одновременно присутствуют электрическая и магнитная компоненты ЭМ поля, векторы \mathbf{E} и \mathbf{H} которых неколлинеарны.

Сделаем важное замечание. Именно уравнения Максвелла (7), полученные из более общей системы уравнений (4) способны ответить на центральный вопрос наших исследований: *что представляет собой введенное на основе корпускулярно-полевого дуализма электромагнитных характеристик материи собственное первичное поле микрочастицы*. Ответ формулируется так: если дивергенция ротора любого векторного поля тождественно равна нулю, то из дивергентного уравнения (7b) $\text{div}(\varepsilon\varepsilon_0\mathbf{E}) = 0 = \text{div rot } \mathbf{A}^e$ следует соотношение (4a), соответственно, из (7d) $\text{div}(\mu\mu_0\mathbf{H}) = 0 = \text{div rot } \mathbf{A}^m$ имеем соотношение (4d), посредством которых вводят понятие именно компонент векторного электромагнитного потенциала. Таким образом, мы убедились, что *компоненты гипотетического первичного поля \mathbf{A}^e и \mathbf{A}^m действительно однозначно являются полями соответственно электрической и магнитной компонент векторного потенциала*, которые, как показано выше, а также, например, в [3], по их физическому смыслу есть полевые эквиваленты соответствующих локальных электромагнитных параметров частиц материи.

И еще важное. Из уравнений (4) также следуют структурно аналогичные системе (7) еще три системы уравнений для других пар вихревых компонент *реального электромагнитного поля*. Их можно получить действием оператора «набла» на соответствующие выражения в системе уравнений (4), аналогично выводу системы уравнений Максвелла (7). Уравнения в этих системах (см. работы [3, 4]) рассматривают такие области пространства, где присутствует либо только *поле электромагнитного векторного потенциала* с электрической \mathbf{A}^e и магнитной \mathbf{A}^m компонентами:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad \text{rot } \mathbf{A}^e &= -\varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{A}^m}{\partial t}, & \text{(b)} \quad \text{div}(\mu\mu_0\mathbf{A}^e) &= 0, \\ \text{(c)} \quad \text{rot } \mathbf{A}^m &= \mu\mu_0 \left(\frac{\mathbf{A}^e}{\tau_{\text{рел}}} + \frac{\partial \mathbf{A}^e}{\partial t} \right), & \text{(d)} \quad \text{div}(\varepsilon\varepsilon_0\mathbf{A}^m) &= 0; \end{aligned} \quad (9)$$

либо *электрическое поле* с компонентами \mathbf{E} и \mathbf{A}^e

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad \text{rot } \mathbf{E} &= -\mu\mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\mathbf{A}^e}{\tau_{\text{рел}}} + \frac{\partial \mathbf{A}^e}{\partial t} \right), & \text{(b)} \quad \text{div}(\varepsilon\varepsilon_0\mathbf{E}) &= 0, \\ \text{(c)} \quad \text{rot } \mathbf{A}^e &= \varepsilon\varepsilon_0\mathbf{E}, & \text{(d)} \quad \text{div}(\mu\mu_0\mathbf{A}^e) &= 0; \end{aligned} \quad (10)$$

либо, наконец, *магнитное поле* с компонентами \mathbf{H} и A^m

$$\begin{aligned} \text{(a) } \operatorname{rot} \mathbf{H} &= -\varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\mathbf{A}^m}{\tau_{\text{рел}}} + \frac{\partial \mathbf{A}^m}{\partial t} \right), & \text{(b) } \operatorname{div}(\mu\mu_0 \mathbf{H}) &= 0, \\ \text{(c) } \operatorname{rot} A^m &= \mu\mu_0 \mathbf{H}, & \text{(d) } \operatorname{div}(\varepsilon\varepsilon_0 A^m) &= 0. \end{aligned} \quad (11)$$

Как и следовало ожидать, из этих новых систем электродинамических уравнений аналогично выводу формулы (8) непосредственно получаем соотношения баланса: для *потока момента ЭМ импульса* из уравнений системы (9)

$$\operatorname{div}[\mathbf{A}^e, A^m] = -\frac{\mu\mu_0}{\tau_{\text{рел}}} (\mathbf{A}^e, \mathbf{A}^e) - \mu\mu_0 A^e \frac{\partial \mathbf{A}^e}{\partial t} - \varepsilon\varepsilon_0 A^m \frac{\partial A^m}{\partial t}, \quad (12)$$

для *потока электрической энергии* из уравнений системы (10)

$$\operatorname{div}[\mathbf{E}, A^e] = -\varepsilon\varepsilon_0 (\mathbf{E}, \mathbf{E}) - \mu\mu_0 A^e \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\mathbf{A}^e}{\tau_{\text{рел}}} + \frac{\partial \mathbf{A}^e}{\partial t} \right) \quad (13)$$

и, наконец, для *потока магнитной энергии* из уравнений системы (11)

$$\operatorname{div}[\mathbf{H}, A^m] = -\mu\mu_0 (\mathbf{H}, \mathbf{H}) - \varepsilon\varepsilon_0 A^m \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\mathbf{A}^m}{\tau_{\text{рел}}} + \frac{\partial \mathbf{A}^m}{\partial t} \right). \quad (14)$$

Поскольку, согласно теореме Гаусса-Остроградского, *дивергенция* представляет собой объемную плотность потока векторного поля в данной точке, то соотношения баланса (8) и (12) - (14) показывают, что наличие (соответственно, изменение) определенной величины энергии или момента импульса в рассматриваемой точке невозможно в отрыве от окружающего пространства, без взаимодействия с ним посредством потоковой связи. Существенно, что это не является чем-то специфическим или необычным. Вот, например, тривиально наглядная ситуация: растянутая руками пружина, где ее внутренняя энергия упругой деформации создается и существует только за счет взаимодействия с окружением (действия рук). Видно, что соотношения (8) и (12) - (14) описывают также и случай взаимодействия статических компонент *реального электромагнитного поля* с материальной средой. В частности, эти соотношения раскрывают и описывают физические механизмы процессов, происходящих в металлическом проводнике под действием постоянного электрического тока [3, 5].

Итак, именно соотношения баланса, являющиеся следствием систем уравнений (7) и (9) - (11), наглядно иллюстрируют реальность *корпускулярно-полевого дуализма характеристик материи*, использование концепции которо-

го позволило построить систему электродинамических уравнений (4) первичной функциональной взаимосвязи теперь уже конкретно компонент *поля электромагнитного векторного потенциала и электромагнитного поля*, тем самым поднять на новый концептуальный уровень физические представления полевой теории классического электромагнетизма.

Таким образом, аргументированно показано, что в Природе объективно существует четырёхвекторное вихревое поле в виде совокупности функционально неразрывно связанных между собой полевых компонент A^e , A^m и E , H . Относительно наблюдения его физических проявлений такое поле реализуется четверкой составляющих его электродинамических полей из пар вышеуказанных компонент. Здесь это *поле электромагнитного векторного потенциала* с компонентами A^e и A^m описывается системой уравнений (9), *электромагнитное поле* с E и H - системой (7), *электрическое поле* с E и A^e - системой (10), наконец, *магнитное поле* с H и A^m - системой (11). Именно такие структурные образования из двух векторных взаимно ортогональных полевых компонент делают принципиально возможным перемещение в пространстве конкретного электродинамического поля в виде потока соответствующей физической величины (см. соотношения (8), (12) - (14)).

Рассмотрим подробно характеристики и особенности распространения таких полей. Начнем с традиционной системы электродинамических уравнений Максвелла (7). Несложно убедиться, что компоненты электромагнитного поля E и H распространяются в пространстве в виде волн. Например, из (7a) и (7c) получим волновое уравнение для поля электрической напряженности E :

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{E} = \operatorname{grad} \operatorname{div} \mathbf{E} - \Delta \mathbf{E} = -\mu\mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \operatorname{rot} \mathbf{H} = -\sigma\mu\mu_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}.$$

Аналогично можно получить волновое уравнение для магнитной напряженности H . Видно, что скорость распространения этих волн определяется только электрическими и магнитными параметрами пространства среды: ε , μ и σ , в частности, в отсутствие поглощения ($\sigma = 0$) скорость $v = 1/\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0}$.

Обсудим конкретные характеристики распространения E и H компонент электромагнитного поля в виде плоской линейно поляризованной волны в однородной изотропной материальной среде. С точки зрения большей общности при анализе характеристик распространения волн указанного поля обычно значительно удобней использовать не собственно волновые уравнения, а прямую – уравнения системы (7), являющиеся по сути дела первичными урав-

нениями электромагнитной волны. Для этого рассмотрим пакет указанной волны, распространяющийся, например, вдоль оси x с компонентами $E_y(x,t)$ и $H_z(x,t)$, которые представим комплексными спектральными интегралами:

$$E_y(x,t) = \operatorname{Re} \int_0^{\infty} E(\omega, \varphi) e^{-i\omega t + ikx} d\omega \quad \text{и} \quad H_z(x,t) = \operatorname{Re} \int_0^{\infty} H(\omega, \psi) e^{-i\omega t + ikx} d\omega,$$

где $E(\omega, \varphi) = E(\omega) e^{i\varphi(\omega)}$ и $H(\omega, \psi) = H(\omega) e^{i\psi(\omega)}$ – комплексные амплитуды. Подставляя их в уравнения Максвелла (7а) и (7с), приходим к соотношениям $kE = \mu\mu_0\omega H$ и $kH = i\sigma E + \varepsilon\varepsilon_0\omega E$. В итоге получаем для уравнений системы (7) выражение: $k^2(\omega) = i\mu\mu_0\sigma\omega + \mu\mu_0\varepsilon\varepsilon_0\omega^2$.

В конкретном случае среды идеального диэлектрика ($\sigma = 0$) с учетом формулы $v = 1/\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0}$ из $k^2(\omega)$ следует обычное дисперсионное соотношение $k(\omega) = \omega/v$ [1], описывающее однородные плоские волны электромагнитного поля. При этом связь комплексных амплитуд в волновых решениях системы уравнений (7) представится в виде $H_m(\omega, \psi) = \sqrt{\varepsilon\varepsilon_0/\mu\mu_0} E_m(\omega, \varphi)$, а сами решения описывают волну, полевые компоненты \mathbf{E} и \mathbf{H} которой *синфазно* ($\psi(\omega) = \varphi(\omega)$) распространяются в пространстве.

Поскольку суть электромагнетизма – это взаимодействие электромагнитного поля с материальной средой, то его анализ обычно сводится к стремлению описать энергетику электромагнитных явлений. Обратимся и мы к *соотношению энергетического баланса* (8), которое для среды идеального диэлектрика запишется в виде:

$$\operatorname{div}[\mathbf{E}, \mathbf{H}] = -\varepsilon\varepsilon_0 \mathbf{E} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} - \mu\mu_0 \mathbf{H} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}. \quad (15)$$

Для цели нашего анализа вполне достаточно рассмотреть, как выполняется выражение (15) для плоской монохроматической электромагнитной волны, полевые компоненты которой, согласно волновым решениям уравнений Максвелла, в свободном пространстве без потерь при распространении совершают *синфазные* колебания: $E_y(x,t) = E_m \cos(\omega t - kx)$ и $H_z(x,t) = H_m \cos(\omega t - kx)$.

Подставляя эти выражения в соотношение (15), окончательно получаем:

$$\operatorname{div}[\mathbf{E}, \mathbf{H}] = \left(\frac{\varepsilon\varepsilon_0 E_m^2}{2} + \frac{\mu\mu_0 H_m^2}{2} \right) \omega \sin 2(\omega t - kx). \quad (16)$$

Здесь весьма странно то, что, согласно $H_m = \sqrt{\varepsilon\varepsilon_0 / \mu\mu_0} E_m$, равные по величине электрическая $\varepsilon\varepsilon_0 E_m^2 / 2$ и магнитная $\mu\mu_0 H_m^2 / 2$ энергии хотя и распространяются совместно, но без видимой связи друг с другом. Кстати, в случае электро- и магнитостатики эти энергии в принципе разделены и независимы. Таким образом, необходимо напрашивается вывод об объективности существования чисто *электрической* и *магнитной энергий*, при отсутствии каких-либо оснований считать, что распространение электромагнитной волны реализуется посредством взаимной перекачки одной энергии в другую. Но тогда становится совершенно неясным, что же такое, казалось бы, очевидное для каждого понятие *электромагнитной энергии*, а также каков реальный механизм волнового переноса всех этих видов энергии.

Поражает здесь то, что традиционная логика обсуждения распространения электромагнитной энергии посредством волн такова, что проблемы как бы и нет, всем все понятно. И действительно, из соотношения для амплитуд в волновых решениях уравнений системы (7) $H_m = \sqrt{\varepsilon\varepsilon_0 / \mu\mu_0} E_m$ формально следует закон сохранения энергии $\varepsilon\varepsilon_0 E_m^2 / 2 = \mu\mu_0 H_m^2 / 2$, хотя, как установлено выше, синфазные волны энергетически несостоятельны. Правда, изредка делаются попытки аргументировано разобраться в этом вопросе, но эти объяснения (например, [6]), на наш взгляд, не выдерживают критики, поскольку обсуждаются не сами уравнения Максвелла или их прямые следствия, а то, что эти уравнения не учитывают характеристики реальных электромагнитных излучателей или некую специфику взаимодействия материальной среды с электромагнитным полем. По мнению авторов, это и создает сдвиг фазы колебаний между компонентами на $\pi/2$, реализующий перенос электромагнитной энергии.

В этой связи напомним основные физические представления о переносе энергии посредством волнового процесса, например, рассмотрим распространение волн от брошенного в воду камня. Частицы воды массой m , поднятые на гребне волны на высоту h , имеют запас потенциальной энергии $\Pi = mgh$, а через четверть периода колебаний, когда гребень волны в данной точке пространства спадет, в соответствии с *законом сохранения энергии*, потенциальная энергия частиц воды перейдет в кинетическую энергию их движения $K = mv^2 / 2$, где скорость частиц $v = \sqrt{2gh}$. Наличие взаимодействия молекул воды и приводит к возбуждению на ее поверхности поперечной волны, которая переносит в волновом процессе механическую энергию так, что $\Pi = K$. Физически логично

считать, что механизм переноса энергии электромагнитными волнами в главном должен быть аналогичен, как и у других волн иной физической природы, возможно обладая при этом, исходя из структуры электродинамических уравнений Максвелла (7), определенной спецификой и даже уникальностью.

Для большей убедительности наших аргументов чисто формально рассмотрим энергетику распространения некоей *гипотетической электромагнитной волны*, у которой имеется сдвиг фазы колебаний между ее полевыми компонентами на $\pi/2$: $E_y(x,t) = E_m \cos(\omega t - kx)$ и $H_z(x,t) = H_m \sin(\omega t - kx)$. Очевидно, что подставлять эти компоненты в соотношение (15) не имеет смысла, поскольку, согласно уравнениям Максвелла, теоремы Пойнтинга (8) для них нет, соответственно и такие волновые решения никак не следуют из уравнений (7). И все же для такой электромагнитной волны математически формально, поскольку $\operatorname{div}[\mathbf{ab}] = \mathbf{b} \operatorname{rot} \mathbf{a} - \mathbf{a} \operatorname{rot} \mathbf{b}$, вычислим объемную плотность потока вектора Пойнтинга $\operatorname{div}[\mathbf{E}, \mathbf{H}]$. Тогда с учетом $H_m = \sqrt{\varepsilon\varepsilon_0 / \mu\mu_0} E_m$ и $k = \omega/v$ (где $v = 1/\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0 \mu\mu_0}$) получим

$$\operatorname{div}[\mathbf{E}, \mathbf{H}] = \mathbf{H} \operatorname{rot} \mathbf{E} - \mathbf{E} \operatorname{rot} \mathbf{H} = \varepsilon\varepsilon_0 E_m^2 \omega \sin^2(\omega t - kx) - \mu\mu_0 H_m^2 \omega \cos^2(\omega t - kx).$$

Усредняя это выражение по времени (по периоду колебаний), имеем $\langle \operatorname{div}[\mathbf{E}, \mathbf{H}] \rangle = 0$, то есть здесь мы приходим к физически разумному результату, когда посредством обсуждаемой *гипотетической волны* в пространстве без потерь переносится энергия $\varepsilon\varepsilon_0 E_m^2 / 2 = \mu\mu_0 H_m^2 / 2$, не зависящая от времени и точек пространства. Итак, в данном волновом процессе, как и ожидалось, имеем выполнение закона сохранения энергии. К сожалению, мы убедились выше, что это невозможно, поскольку, согласно уравнениям Максвелла (7), электромагнитных волн с такими характеристиками в Природе нет.

Как видим, решение уравнений электродинамики Максвелла для электромагнитной волны не отвечает обычным физическим представлениям о распространении энергии посредством волн в виде процесса взаимного преобразования во времени в данной точке пространства энергии одной компоненты поля в энергию другой его компоненты. При этом уравнения (7) описывают необычную, весьма странную волну, которую логично назвать псевдоволной. Ведь, с одной стороны, синфазные компоненты волны в принципе не способны переносить энергию, а с другой – перенос энергии реально наблюдается, более того, это явление широко и всесторонне используется на практике, определяя многие

аспекты жизни современного общества. Таким образом, проблема с механизмом переноса энергии волнами электромагнитного поля объективно существует, и для ее решения требуется, по всей видимости, нестандартный подход.

Покажем, что полученные в настоящем исследовании результаты позволяют успешно и весьма кардинально разрешить сформулированный здесь парадокс, существующий, как это ни странно, уже более века. Несложно убедиться [7], следуя логике рассуждений вывода волнового уравнения для поля вектора электрической напряженности \mathbf{E} в системе (7), что форма и структура представленных других систем уравнений говорят о существовании волновых решений для всех четырех компонент *реального электромагнитного поля*: *электромагнитного поля* с компонентами \mathbf{E} и \mathbf{H} , описываемого системой (7), *поля электромагнитного векторного потенциала* с компонентами A^e и A^m - системой (9), *электрического поля* с \mathbf{E} и A^e - системой (10), и, наконец, *магнитного поля* с \mathbf{H} и A^m - системой (11). И здесь конечно возникает очевидный вопрос, что это за волны и каковы характеристики их распространения?

Поскольку структурная симметрия уравнений систем (7) и (9) математически тождественна, а волновые решения уравнений (7) выше уже проанализированы, то далее анализ условий распространения плоских электродинамических волн в однородных изотропных материальных средах проведем для уравнений систем (10) и (11). Их необычные структуры между собой также тождественны, а волновые решения уравнений в литературе не рассматривались.

Итак, рассмотрим волновой пакет плоской линейно поляризованной *электрической волны* с компонентами $E_y(x,t)$ и $A_z^e(x,t)$ для системы (10) либо *магнитной волны* с компонентами $H_z(x,t)$ и $A_y^m(x,t)$ для системы (11), которые представим комплексными спектральными интегралами. Тогда, проводя аналогичные рассуждения, как и для рассматриваемого выше пакета плоской ЭМ волны, получим соотношения для волны *электрического поля* $kE = (\mu\mu_0/\varepsilon\varepsilon_0)\sigma\omega A^e - i\mu\mu_0\omega^2 A^e$ и $kA^e = i\varepsilon\varepsilon_0 E$. Соответственно, для *магнитного поля* $kH = \sigma\omega A^m - i\varepsilon\varepsilon_0\omega^2 A^m$ и $kA^m = i\mu\mu_0 H$. Таким образом, для систем уравнений (10) и (11) имеем общее выражение: $k^2(\omega) = i\mu\mu_0\sigma\omega + \mu\mu_0\varepsilon\varepsilon_0\omega^2$.

В конкретном случае среды идеального диэлектрика ($\sigma = 0$) из $k^2(\omega)$ с учетом формулы $v = 1/\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0}$ следует обычное дисперсионное соотношение $k(\omega) = \omega/v$ [1], описывающее однородные плоские волны электрического или

магнитного поля. При этом связь комплексных амплитуд компонент указанных волновых полей имеет специфический вид:

$$A^e(\omega, \psi) = \frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{\varepsilon\varepsilon_0}{\mu\mu_0}} E(\omega, \varphi) e^{i\pi/2} \quad \text{и} \quad A^m(\omega, \psi) = \frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{\mu\mu_0}{\varepsilon\varepsilon_0}} H(\omega, \varphi) e^{i\pi/2}.$$

Главная специфика здесь состоит в том, что при распространении в диэлектрической среде компоненты поля сдвинуты между собой по фазе на $\pi/2$, то есть характер поведения компонент поля таких волн в любой точке пространства аналогичен кинематическим параметрам движения (смещение и скорость) классической частицы в точке устойчивого равновесия поля потенциальных сил. Конечно, данный результат математически тривиален, поскольку компоненты *электромагнитного поля* и *поля электромагнитного векторного потенциала* связаны между собой посредством производной по времени (см. соотношения (4с) и (4г)). Однако концептуально, с физической точки зрения такой факт примечателен и требует серьезного анализа.

Справедливости ради здесь уместно сказать, что впервые о реальности *магнитной поперечной волны* с двумя ее компонентами \mathbf{H} и A^m , сдвинутыми при распространении по фазе колебаний на $\pi/2$, еще в 1980 году официально заявил в виде приоритета на открытие Докторович [8], и свое достижение он с удивительным упорством, достойным лучшего применения, безуспешно пытается донести до других все эти долгие годы. Весьма печально, ибо только Время – высший судья, и именно оно расставит все и всех по своим местам!

Аналогичные рассуждения для пакета плоской волны *векторного потенциала* с компонентами $A_z^e(x, t)$ и $A_y^m(x, t)$ в системе (9) дают $kA^e = \varepsilon\varepsilon_0\omega A^m$ и $kA^m = i(\mu\mu_0/\varepsilon\varepsilon_0)\sigma A^e + \mu\mu_0\omega A^e$, откуда снова получаем известное выражение $k^2(\omega) = i\mu\mu_0\sigma\omega + \mu\mu_0\varepsilon\varepsilon_0\omega^2$. А потому для среды диэлектрика ($\sigma = 0$) дисперсионное соотношение для уравнений (9) будет $k(\omega) = \omega/v$ при комплексных амплитудах в волновых решениях: $A^m(\omega, \psi) = \sqrt{\mu\mu_0/\varepsilon\varepsilon_0} A^e(\omega, \varphi)$, где сами решения описывают плоские однородные волны, компоненты поля которых, как и в случае электромагнитных волн, *синфазно* распространяются в пространстве.

Как видим, именно уравнения поля *электромагнитного векторного потенциала* (9) описывают перенос в пространстве *потока момента импульса*, который со времен Пойнтинга пытаются описать с помощью уравнений элек-

ромагнитного поля (1) (см. анализ в [9]). В этой связи укажем на пионерские работы [10], где обсуждается неэнергетическое (информационное) взаимодействие векторного потенциала со средой при передаче потенциальных волн и их детектирование с помощью эффекта, аналогичного эффекту Ааронова-Бома.

Здесь важно отметить, что система уравнений (4) иллюстрирует тот непреложный факт, что *динамическое* существование поля электромагнитного векторного потенциала сопровождается неразрывно сопутствующим ему традиционным электромагнитным полем. Причем, как установлено, перенос компонентами этих двух полей потока соответствующей физической величины существует, но не посредством обычного волнового процесса, который принципиально невозможен, а опосредованно в виде так называемых *псевдоволн*.

Согласно проведенному выше анализу, для проводящей среды в асимптотике металлов ($\omega \ll \sigma / \varepsilon \varepsilon_0$) распространение волн всех четырех электродинамических составляющих *реального электромагнитного поля* подчиняется теоретически хорошо изученному закону для волн “обычного” электромагнитного поля в металлах [1], где все волновые решения имеют вид экспоненциально затухающих в пространстве плоских волн со сдвигом фазы между компонентами на $\pi/4$.

Однако вернемся к обсуждению энергетики распространения составляющих *реального электромагнитного поля* в виде плоских волн в диэлектрической среде без потерь ($\sigma = 0$). Вначале обратимся к закону сохранения электрической энергии, соотношение которого согласно (13) запишется как:

$$\operatorname{div} [\mathbf{E}, \mathbf{A}^e] = -\varepsilon \varepsilon_0 (\mathbf{E}, \mathbf{E}) - \mu \mu_0 \mathbf{A}^e \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \mathbf{A}^e}{\partial t} \right). \quad (17)$$

Выясним, что представляет собой это выражение для энергии монохроматической *электрической волны*, полевые компоненты которой, согласно волновым решениям уравнений системы (10), обладая сдвигом фазы на $\pi/2$, имеют следующий вид: $E_y(x, t) = E_m \cos(\omega t - kx)$ и $A_z^e(x, t) = A_z^e \sin(\omega t - kx)$. Тогда, подставляя их в соотношение (17), приходим к соотношению:

$$\operatorname{div} [\mathbf{E}, \mathbf{A}^e] = -\varepsilon \varepsilon_0 E_m^2 \cos^2(\omega t - kx) + \mu \mu_0 \omega^2 A_m^{e2} \sin^2(\omega t - kx).$$

Такой результат вполне удовлетворяет закону сохранения энергии, поскольку усреднение по времени этого соотношения дает

$$\langle \operatorname{div} [\mathbf{E}, \mathbf{A}^e] \rangle = -\frac{\varepsilon\varepsilon_0 E_m^2}{2} + \frac{\mu\mu_0 A_m^{e2}}{2} \omega^2 = 0, \quad (18)$$

а потому *электрической волной* переносится чисто *электрическая энергия*: $\varepsilon\varepsilon_0 E_m^2 / 2 = \mu\mu_0 A_m^{e2} \omega^2 / 2$, не зависящая от времени и точек пространства.

Соответственно, для *магнитного поля*, распространяющегося в среде без потерь, *уравнение энергетического баланса* (14) запишется в виде:

$$\operatorname{div} [\mathbf{H}, \mathbf{A}^m] = -\mu\mu_0 (\mathbf{H}, \mathbf{H}) - \varepsilon\varepsilon_0 A^m \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \mathbf{A}^m}{\partial t} \right). \quad (19)$$

Рассмотрим, как выполняется этот закон для плоской монохроматической *магнитной волны*, полевые компоненты которой, согласно волновым решениям уравнений (11), имеют вид: $H_z(x,t) = H_m \cos(\omega t - kx)$ и $A_z^m(x,t) = A_m^m \sin(\omega t - kx)$. Подставляя их в соотношение (19) и проводя аналогичные рассуждения как при выводе формулы (18), получаем в итоге:

$$\langle \operatorname{div} [\mathbf{H}, \mathbf{A}^m] \rangle = -\frac{\mu\mu_0 H_m^2}{2} + \frac{\varepsilon\varepsilon_0 A_m^{m2}}{2} \omega^2 = 0. \quad (20)$$

Итак, в случае *магнитного поля* снова приходим к физически здравому результату, когда в пространстве без потерь посредством *магнитной волны* переносится чисто магнитная энергия $\mu\mu_0 H_m^2 / 2 = \varepsilon\varepsilon_0 A_m^{m2} \omega^2 / 2$, не зависящая от времени и точек пространства. Следовательно, распространение *магнитной волны* также удовлетворяет закону сохранения энергии.

Таким образом, установлено, что способностью к непосредственному распространению в пространстве в виде волн, отвечающих обычным физическим представлениям о волновом процессе, обладают только волны *электрического* и *магнитного полей* за счет наличия у них сдвига фазы колебаний на $\pi/2$ между их компонентами \mathbf{E} и \mathbf{A}^e , соответственно, \mathbf{H} и \mathbf{A}^m . Реализация же собственно *волн электромагнитного поля* и *электромагнитного векторного потенциала* невозможна в принципе, хотя сами эти поля и их потоки безусловно существуют, но распространяются они опосредованно в виде *псевдоволн*, поскольку их *синфазные* компоненты \mathbf{E} и \mathbf{H} , соответственно, \mathbf{A}^e и \mathbf{A}^m являются составной частью компонент *электрической* и *магнитной волн*. Именно тем самым все составляющие реального электромагнитного поля перемещаются в пространстве совместно посредством единого волнового процесса.

Как видим, застарелый, возрастом более века парадокс существования синфазных волн электромагнитного поля и переноса ими энергии этого поля, наконец, успешно и весьма нетривиально разрешен, а результаты проведенных исследований представляют собой серьезный концептуальный прогресс в развитии физических воззрений на структуру и свойства электромагнитного поля в классической электродинамике. Кстати, методически серьезных проблем не должно возникнуть, если обсуждаемое здесь *реальное электромагнитное поле* сохранит за собой и традиционное в электромагнетизме нынешнее название – *электромагнитное поле* с учетом его нового структурного содержания.

В заключение кратко сформулируем основное резюме: *в концепции корпускулярно-полевого дуализма физических характеристик материи получены первичные уравнения электромагнитного поля (4), объективно являющиеся фундаментом современной полевой теории электромагнетизма, где, в частности, система традиционных электродинамических уравнений Максвелла – это всего лишь рядовое частное следствие.*

Литература

1. *Матвеев А.Н.* Электродинамика. М.: Высшая школа, 1980.
2. *Максвелл Дж.К.* Трактат об электричестве и магнетизме. Том I и II. - М.: Наука, 1989.
3. *Сидоренков В.В.* // Вестник Воронежского государственного технического университета. 2007. Том 3. № 11. С. 75-82.
4. *Сидоренков В.В.* // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки. 2006. № 1. С. 28-37.
5. *Сидоренков В.В.* // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки. 2005. № 2. С. 35-46.
6. *Пирогов А.А.* // Электросвязь. 1993. № 5. С. 13-14.
7. *Сидоренков В.В.* // Материалы X Международной конференции «Физика в системе современного образования». - Санкт-Петербург: РГПУ им. А.И. Герцена, 2009. Том 1. Секция 1. «Профессиональное физическое образование». С. 114-117.
8. *Докторович З.И.* // Заявленное открытие "Магнитные поперечные волны" приоритетная справка 32-ОТ № 10247, дата поступления 5 мая 1980 г.
9. *Соколов И.В.* // УФН. 1991. Том 161. № 10. С. 175-190.
10. *Чирков А.Г., Агеев А.Н.* // ФТТ. 2002. Том 44. Выпуск 1. С. 3-5; 2007. Том 49. Выпуск 7. С. 1217-1221.